INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA BAHIA
CAMPUS VALENÇA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ALEX YOSHIO SATO

O ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DO JOGO DE XADREZ

Valença – BA
2023

ALEX YOSHIO SATO

O ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DO JOGO DE XADREZ

Monografia apresentada à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, *Campus* Valença, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Diogo Soares Dórea da Silva
Coorientador: Prof. Me. Marcelo de Araújo Lino

Valença - BA

2023

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELO SISTEMA DE BIBLIOTECAS DO IFBA, COM OS DADOS FORNECIDOS PELO(A) AUTOR(A)

S253e Sato, Alex Yoshio

O ensino de matemática através do jogo de xadrez: / Alex Yoshio Sato; orientador Diogo Soares Dórea da Silva; coorientador Marcelo de Araújo Lino -- Valença : IFBA, 2023.

99f p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) -- Instituto Federal da Bahia, 2023.

1. Ensino de Matemática. 2. jogo de Xadrez. 3. Teoria dos Jogos. 4. Sequência didática. I. Silva, Diogo Soares Dórea da, orient. II. Lino, Marcelo de Araújo, coorient. III. TÍTULO.

CDD: 371.397

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a Jeová pela criação da sublime união entre o Xadrez e a Matemática, dois universos que se entrelaçam de forma harmoniosa. À complexidade estratégica do tabuleiro que desafia a mente, e à elegância matemática que permeia cada movimento. Que este estudo celebre a beleza da lógica, da estratégia e do raciocínio, inspirando todos aqueles que se aventuram nos fascinantes campos do Xadrez e da Matemática. Dedico, também, a todos os mentores, colegas e entusiastas que compartilham desta paixão pela interseção entre o jogo e a ciência exata.

AGRADECIMENTOS

Expresso minha profunda gratidão à minha amada família, cujo amor incondicional e apoio constante foram a luz que iluminou meu caminho. Aos inspiradores professores, verdadeiros mentores que dedicaram tempo e conhecimento, moldando não apenas minha educação, mas também meu caráter, em especial Diogo Soares Dórea da Silva, Marcelo de Araújo Lino e Danilo Gramoza Nery. Aos colegas, companheiros de jornada, cuja colaboração e amizade tornaram cada desafio uma oportunidade de crescimento conjunto. Em especial aos meus estimados colegas e verdadeiros amigos, Mauricio da Silva, Gabriella Batista e Mirelle Cardim, pelos incentivos, pelas descontrações compartilhadas, risadas e diversões que marcaram essa fase.

Agradeço também aos amigos sinceros, cuja presença trouxe risos nos momentos de alegria e conforto nos momentos difíceis. Cada um de vocês é uma peça valiosa no quebra-cabeça da minha jornada, e sou grato pela contribuição única de cada relação.

Juntos, vocês formam a sólida estrutura que sustentou meus sonhos e aspirações. Obrigado por serem pilares fundamentais, por enriquecerem minha vida com compreensão, apoio e amizade. Este momento é nosso, construído com o alicerce sólido que vocês ajudaram a erguer. Sou imensamente grato por cada gesto de carinho, compreensão e amizade que enriqueceu esta jornada. Obrigado por serem parte fundamental da minha trajetória.

"Em um tabuleiro onde cada casa guarda segredos geométricos e cada movimento revela a dança precisa dos números, o xadrez e a matemática entrelaçam-se, revelando o jogo fascinante onde estratégia e lógica são peças-chave do universo infinito da mente humana"

(Autor Desconhecido)

RESUMO

Um dos grandes desafios enfrentados no ensino de Matemática na Educação Básica é reduzir a dificuldade no ensino dessa disciplina. Diversos fatores, incluindo a formação dos professores, as abordagens pedagógicas adotadas, as políticas públicas, e as condições físicas e estruturais das escolas, contribuem para a persistência desse cenário. O presente trabalho apresenta uma pesquisa que objetivou compreender a utilização do jogo de Xadrez como recurso para abordar conteúdos de Matemática. Sob essa perspectiva, vamos classificar o jogo de Xadrez através da Teoria dos Jogos e explorar as relações existentes entre o jogo de Xadrez e a Matemática, examinando como essa conexão pode funcionar como uma recurso de ensino de maneira abrangente. Com o intuito de atingir esse objetivo, escolhemos conduzir uma pesquisa de natureza qualitativa, com abordagem exploratória. Ao final desse processo, elaboramos uma proposta de Sequência Didática para o ensino da Análise Combinatória na Educação Básica. Com base na Sequência Didática, podemos notar que o jogo de Xadrez tem a capacidade de ser utilizado como um recurso para abordar os conteúdos matemáticos.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; jogo de Xadrez; Teoria dos Jogos; Sequência Didática.

ABSTRACT

One of the major challenges in the teaching of Mathematics in Basic Education is to overcome the difficulty in teaching this discipline. Several factors, including teacher training, pedagogical approaches, public policies, and physical and structural conditions of schools, contribute to the persistence of this scenario. This work presents a research aimed at proposing the use of chess as a didactic resource to improve the teaching of Mathematics. From this perspective, we will classify chess through Game Theory and explore the existing relationships between chess and Mathematics, examining how this connection can function as a comprehensive teaching tool. To achieve this goal, we chose to conduct qualitative research with an exploratory approach. At the end of this process, we developed a proposal for a Didactic Sequence for teaching Combinatorial Analysis in Basic Education. Based on the Didactic Sequence, we can conclude that chess can be employed as an effective tool to address mathematical content.
Keywords: Teaching of Mathematics; Chess; Game Theory; Didactic Sequence.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Diagrama dilema dos prisioneiros 18
Figura 2 - Sequência de grãos de trigo 26
Figura 3 - Chaturanga 27
Figura 4 - Tabuleiro tradicional 31
Figura 5 - Diagonais 32
Figura 6 - Peças do Xadrez 33
Figura 7 - Horizontais 34
Figura 8 - Alas 34
Figura 9 - Denominação colunas 35
Figura 10 - Nome das casas 35
Figura 11 - Exemplo Notação Descritiva 37
Figura 12 - Dama toma Bispo 37
Figura 13 - Exemplo 2 de Notação Descritiva 38
Figura 14 - Exemplo de Notação Algébrica 39
Figura 15 - Disposição das peças no tabuleiro 41
Figura 16 - Movimento do Bispo 41
Figura 17 - Movimento da Torre 42
Figura 18 - Movimento da Dama 42
Figura 19 - Movimento do Cavalo 43
Figura 20 - Movimento do Peão 43
Figura 21 - Movimento inicial do Peão 43
Figura 22 - Movimento do Rei 44
Figura 23 - Exceção do Rei 44
Figura 24 - Roque Curto 44
Figura 25 - Roque Longo 44
Figura 26 - Casas controladas pelo adversário 45
Figura 27 - Peças bloqueando o Roque 45
Figura 28 - En passant 46
Figura 29 - Promoção 46
Figura 30 - Peças de mesma cor, movimento restringido 47
Figura 31 - Dama captura Torre 48
Figura 32 - Abertura simétrica 50
Figura 33 - Polígonos no tabuleiro 51
Figura 34 - Plano Cartesiano no tabuleiro 52
Figura 35 - Formação do tabuleiro a partir de uma progressão geométrica 53
Figura 36 - Quantidade de grãos por cada casa 54
Figura 37 - Defesa Escandinava: Variante Mieses-Kotrč 58
Figura 38 - Posição após 8. O-O Cd4 59
Figura 39 - Posição após 12. C4 59
Figura 40 - Demonstração da coluna “a” aberta 60
Figura 41 - Pressão no Peão de c7, após 14. Bf4 60
Figura 42 - Lance final "18. Dc6" 61
Figura 43 - Lance final e reação de Magnus Carlsen 62
Figura 44 - Posição das peças 86

Figura 45 - Cavalo em "b5" 89

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Payoffs.....19
Quadro 2 - Payoffs ao Diogo se calar.....19
Quadro 3 - Peças.....32
Quadro 4 - Símbolo das Peças.....36
Quadro 5 - Sinais e Abreviaturas.....36
Quadro 6 - Símbolo das Peças.....39

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO **12**

OBJETIVOS **14**

OBJETIVO GERAL 14

OBJETIVOS ESPECÍFICOS 14

1 METODOLOGIA **15**

2 TEORIA DOS JOGOS **16**

2.1 DEFINIÇÃO DE TEORIA DOS JOGOS 16

2.2 CLASSIFICAÇÃO DOS JOGOS 22

2.2.1 Jogos Cooperativos e Não Cooperativos **22**

2.2.2 Jogos Simultâneos e Sequenciais **23**

2.2.3 Jogos de Informação Perfeita e Imperfeita **23**

2.2.4 Jogos Simétricos e Assimétricos **23**

2.2.5 Jogos de Soma Zero **23**

2.3 CLASSIFICAÇÃO DO JOGO DE XADREZ 24

3 O XADREZ **26**

3.1 ORIGEM DO XADREZ 26

3.2 XADREZ NO BRASIL 29

3.3 REGRAS DO XADREZ 31

3.3.1 O tabuleiro **31**

3.3.2 As peças **32**

3.3.3 Notações do Xadrez **33**

3.3.4 Regras básicas **40**

3.3.5 Disposição inicial das peças **41**

3.3.6 Movimento das peças **41**

3.3.7 Movimentos especiais das peças **44**

3.3.8 Restrições **47**

4 MATEMÁTICA NO XADREZ **49**

4.1 TABULEIRO 50

4.1.1 Geometria 50
4.1.2 Plano Cartesiano 51
4.1.3 Potenciação, Progressão Geométrica e Função Exponencial 52
4.2 PEÇAS 56
4.2.1 Valor das Peças 56
4.3 MODELOS ESTATÍSTICOS DE *RATING* 63
4.3.1 Sistema de *Rating* Elo 63
4.4 SISTEMA SUÍÇO 67
4.5 PRECISÃO DE UMA PARTIDA 69
4.6 ANÁLISE COMBINATÓRIA 71
4.7 PROBABILIDADE 73
4.8 SOLUÇÃO DO XADREZ 75
5 O ENSINO DA COMBINATÓRIA ATRAVÉS DO XADREZ 78
5.1 BNCC E A COMBINATÓRIA 78
5.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 82
5.3 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA 84
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS 90
REFERÊNCIAS 93

INTRODUÇÃO

Considerando que a Matemática é frequentemente percebida no Brasil como uma disciplina de difícil compreensão, caracterizada por uma linguagem quase inacessível, e que tanto professores quanto alunos enfrentam diversas barreiras no processo de ensino e aprendizagem, torna-se crucial reconhecer o papel significativo desempenhado pelos recursos didáticos no facilitar do aprendizado do aluno.

Nos últimos anos, na História do ensino da Matemática tem se destacado como um elemento crucial na exploração de novas abordagens no âmbito educacional, proporcionando valiosas contribuições, especialmente no que concerne à democratização do conhecimento. Além disso, no contexto educacional atual há uma crescente demanda para que os educadores busquem abordagens diversificadas a fim de facilitar e estimular a assimilação dos conteúdos pelos alunos. Uma alternativa viável é a incorporação de jogos como recursos didáticos no processo de ensino.

Conforme Pereira e Vilas Bôas (2019), o jogo pode ser usado como uma ferramenta destinada à aquisição de conhecimento, ao mesmo tempo em que estimula o prazer no processo educacional.

> Podemos entender o jogo como uma atividade de estímulo e prazer, com regras a serem observadas, motivada por uma busca própria. [...] Desafiando os participantes e abrindo um espaço para uma busca pelo conhecimento, sendo, portanto, possível quebrar barreiras, tudo isso enquanto joga (PEREIRA, VILAS BÔAS, 2019, p. 3).

Nessa perspectiva, o jogo de Xadrez surge como uma alternativa para a dinamização do ensino de Matemática, podendo ser utilizado pedagogicamente no ambiente escolar. Assim, a temática principal desta pesquisa nasceu da necessidade de uma alternativa de ensino, e a falta de motivação evidenciada por muitos alunos nas aulas de Matemática, bem como à carência de pesquisas que explorem a relevância da integração do Xadrez como uma ferramenta de ensino, devido a essas se formulou a seguinte indagação: de que maneira é possível utilizar o jogo de Xadrez como uma ferramenta de ensino facilitadora para o ensino de Matemática?

Essa proposta é apresentada como um recurso de ensino que combina aprendizado e diversão, com o intuito de captar a atenção dos alunos para uma abordagem mais prazerosa no processo de aprendizado da Matemática. Assim, o objetivo principal desse estudo visa recomendar a incorporação do jogo de Xadrez como uma ferramenta didática, buscando

aprimorar o ensino e a compreensão dos alunos durante as aulas de Matemática. Tendo em vista que o jogo de Xadrez, com sua complexidade e variedade de situações, proporciona uma rica interação com diferentes conceitos matemáticos.

Nessa perspectiva, o foco deste estudo reside em classificar o jogo de Xadrez por meio da Teoria dos Jogos, examinar a história do Xadrez desde sua origem à sua chegada ao Brasil, bem como é jogado, suas regras. Abordaremos algumas relações com as áreas da Matemática com o jogo e em evidenciar a relevância da incorporação do Xadrez como uma ferramenta de ensino capaz de promover uma aprendizagem significativa e por fim elaborar uma Sequência Didática para o ensino da Análise Combinatória na Educação Básica.

OBJETIVOS

OBJETIVO GERAL

Compreender a utilização do jogo de Xadrez como recurso para abordar conteúdos de Matemática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Analisar e classificar o jogo de Xadrez por meio da Teoria dos Jogos;
- Identificar as relações existentes entre Xadrez e conteúdos de Matemática;
- Investigar a utilização do jogo de Xadrez no ensino de Matemática;
- Verificar quais habilidades (ou conteúdos), da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a Matemática no jogo de Xadrez pode desenvolver.
- Propor uma Sequência Didática para ensinar os conceitos de Análise Combinatória na Educação Básica utilizando o Xadrez como recurso de ensino.

1 METODOLOGIA

Neste capítulo, serão expostos os meios empregados para examinar o jogo de Xadrez, assim como categorizar o Xadrez por meio da Teoria dos Jogos. Para atingir os objetivos propostos, optaremos por conduzir a pesquisa com uma abordagem qualitativa, que para Borba (2004):

> O que se convencionou chamar de pesquisa qualitativa, prioriza procedimentos descritivos à medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida (BORBA, 2004, p. 2).

Este estudo foi conduzido por meio de pesquisa exploratória, uma abordagem que confere maior flexibilidade ao problema de pesquisa e aproxima o pesquisador do objeto investigado, conforme destacado por Gil (2002, p. 41):

> Estas pesquisas têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de idéias ou a descoberta de intuições. Seu planejamento é, portanto, bastante flexível, de modo que possibilite a consideração dos mais variados aspectos relativos ao fato estudado.

Nesse contexto, foi conduzida uma pesquisa bibliográfica, que, segundo Gil (2002, p.3), "é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos". Foram examinados, em livros, revistas e artigos, estudos sobre a Teoria dos Jogos, especialmente em sua relação com o jogo de Xadrez.

Com o objetivo de entender as potencialidades do Xadrez, foram investigadas suas origens, a trajetória de sua introdução no Brasil, além de seus componentes, suas regras, normas e modalidades de jogo.

Além disso, foram analisadas algumas relações existentes entre o jogo de Xadrez com a Matemática, buscando compreender de que maneira o Xadrez pode ser utilizado como recurso de ensino no processo de aprendizado de Matemática.

Para desenvolver a Sequência Didática, foram empregados os princípios de Zabala (1998), os quais serão descritos mais detalhadamente posteriormente. Essa sequência poderá ser aproveitada e ajustada posteriormente por professores da Educação Básica.

2 TEORIA DOS JOGOS

Neste capítulo, abordaremos a Teoria dos Jogos, discutindo sua definição, bem como suas características, conceitos e classificações. Posteriormente, classificaremos o jogo de Xadrez a partir da Teoria dos Jogos

2.1 DEFINIÇÃO DE TEORIA DOS JOGOS

Segundo Sartini *et al*. (2004), durante o percorrer da história existiram várias tomadas de decisão que provocaram modificações em seu curso. É possível notar que essas decisões podiam ter duas possibilidades: ou são independentes sem a interferência do comportamento de terceiros; ou são dependentes e produzem e sofrem influência da decisão de outros. Dessa forma, boa parte dos indivíduos utilizam suas ações de maneiras estratégicas, sabendo que suas escolhas podem ou não ter efeitos em outrem, podendo afetar diretamente no resultado final. Essas interações estratégicas dependentes que fazem parte do ramo da Teoria dos Jogos.

Segundo Mimbang (2023), o campo da Teoria dos Jogos tem um conceito extremamente abrangente e pode ter aplicações em diversas áreas como Economia, Matemática, Ciência Política, Filosofia, Esportes, História, Psicologia, Sociologia, Ciência da Computação, Relações Internacionais dentre outras. Esta teoria concebe os instrumentos para examinar os desempenhos (econômicos, sociais, etc.) por meio dos jogos de estratégia.

Ainda para o autor, a Teoria dos Jogos estuda as interações estratégicas entre agentes racionais chamados de “jogadores”, que por natureza têm seus próprios objetivos e interesses, definidos mediante da situação apresentada. Tais relações podem incluir negociação, competição, cooperação mútua, e a prestação de um bem ou serviço, entre outras, que são todas ações possíveis que conduzirão a um resultado.

Segundo Pereira (2014), a Teoria dos Jogos tem origem recente, mas pode ser delineada como um ramo da Matemática Aplicada que estuda e faz uso de ferramentas para a análise e modelação de questões de situações de conflito ou de cooperação entre um ou mais indivíduos tomadores de decisão racionais com comportamento estratégico.

Ainda para o autor, tal racionalidade consiste na escolha da estratégia mais adequada que cada envolvido faz, com a finalidade de potencializar algum tipo de ganho pessoal. As escolhas ou ações de cada sujeito influenciam e têm relação direta nos resultados dos outros integrantes envolvidos.

Dessa maneira, considerando que todas as decisões estratégicas são efetuadas de maneira lógica, integralmente as ações visam à decisão mais racional, ou seja, não são decididas de modo aleatório. Tendo em vista isso, se faz o uso de modelos matemáticos como indicativo para encontrar a melhor solução, a qual deve prevalecer.

Ademais, para o autor, tais situações competitivas ou cooperativas, são chamadas de "jogos". Tal termo é utilizado, pois em jogos clássicos existe a interdependência estratégica, onde se toma uma decisão a partir da resposta que se espera do outro. Já aos indivíduos que participam são chamados de "jogadores".

Na literatura tradicional são utilizados muitos exemplos para melhor compreender a Teoria dos Jogos. Dessa forma para melhor entendimento dos termos e definições, será apresentada a seguir, uma versão semelhante ao exemplo clássico da Teoria dos Jogos criados por Merrill Flood e Melvin Dresher (1950) e mais tarde adaptado pelo matemático Albert William Tucker (1957) que o popularizou: O dilema dos prisioneiros.

No exemplo aqui adaptado, a polícia conseguiu capturar dois suspeitos de praticar um crime: Diogo e Marcelo. A polícia sabe que eles cometeram um crime que pode dar uma pena de até 20 anos de prisão, mas os policiais não têm provas suficientes para uma condenação completa. As provas que a polícia possui são suficientes apenas para uma condenação por um ano de cadeia. Por conseguinte, a polícia prende cada suspeito em celas diferentes para evitar qualquer tipo de cooperação. A seguir, os investigadores decidem usar a ideia da delação premiada da seguinte maneira: os policiais vão interrogar cada suspeito separadamente sem que cada prisioneiro saiba o que o outro vai dizer.

Nesse interrogatório, a polícia pede a colaboração do investigado, que pode delatar o parceiro ou permanecer calado. Os investigadores oferecem a mesma alternativa para Diogo e Marcelo. Se Diogo se calar e Marcelo também, então se tem provas suficientes para manter ambos presos por um ano. Se Diogo delatar entregando o esquema e Marcelo se calar, então Diogo será beneficiado pela delação premiada e vai ficar livre, enquanto Marcelo será condenado por vinte anos de prisão. Agora, se Diogo se calar e Marcelo delatar, quem ficará livre é Marcelo e Diogo é que será condenado a vinte anos de cadeia. Por fim, se Diogo e Marcelo resolverem delatar, então será reduzido a pena dos dois, mas ainda vão ter que ficar presos por cinco anos.

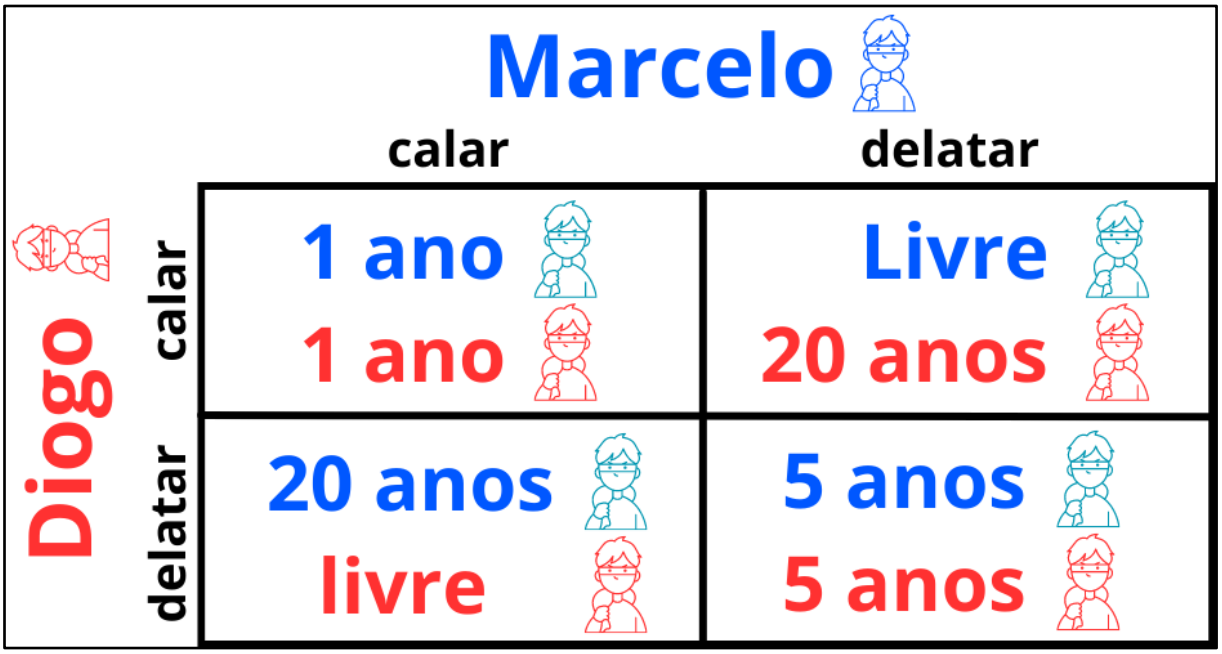
Em síntese:

- Se qualquer um dos suspeitos delatar e outro se calar, o delator sairá livre e o outro cumprirá vinte anos de cadeia;
- Se um e outro delatarem, cada um será preso com a pena de cinco anos;

- Caso ambos se calarem, cada um ficará somente um ano preso.

A Figura 1 ilustra as possibilidades entre “confessar” e “se calar” entre Diogo e Marcelo.

Figura 1 - Diagrama dilema dos prisioneiros



Fonte: Própria (2023)

Observando o problema, pode-se identificar que se trata de uma questão de Teoria dos Jogos, pois o resultado das ações de cada um dos agentes, que no caso aqui são Diogo e Marcelo, depende não só da sua própria escolha, mas também da escolha do outro jogador. Fiani define agente, como:

> Um agente é qualquer indivíduo, ou grupo de indivíduos, com capacidade de decisão para afetar os demais: um indivíduo sozinho pode ser um agente, como no caso em que um empregado decide se vai ou não pedir um aumento a seu patrão; ou um grupo de indivíduos pode ser um agente, como no caso de empregados que decidem fazer greve por melhores salários (FIANI, 2006, p.13).

O autor complementa dizendo que em ambos os casos, um agente é denominado na Teoria dos Jogos, um jogador, podendo ser tanto indivíduos quanto organizações (empresas, governos, sindicatos, partidos políticos etc.). Como observado, existe uma interdependência estratégica chamada de interações, Fiani (2006) descreve que cada ação de um dos agentes, quando consideradas, influem as demais. Então, para decidir com racionalidade deve-se levar em conta o que o outro pode fazer e ver a partir daí qual é a melhor estratégia. Para o autor,

assumir que os agentes são racionais interpreta-se que os indivíduos sempre buscam utilizar as formas mais adequadas para atingir os objetivos que anseiam.

Vamos analisar detalhadamente as opções, inicialmente que Marcelo têm e os seus *payoffs*[1]. Consideremos que Diogo opte por confessar o crime. Se Marcelo escolher ficar calado, Diogo será liberto e Marcelo irá pegar a pena máxima de vinte anos, o que é nitidamente muito ruim para Marcelo. Caso Marcelo opte por delatar, ambos serão presos por cinco anos. O Quadro 1 mostra os *payoffs* para Marcelo caso Diogo delate.

Quadro 1 - *Payoffs*

		Marcelo	*Payoffs*
Diogo	Delatar	Calar	Marcelo: vinte anos de prisão Diogo: liberto
	Delatar	Delatar	Marcelo: cinco anos de prisão Diogo: cinco anos de prisão

Fonte: Própria (2023)

Com base no Quadro 1, vemos que os *payoffs* de Marcelo são, cinco e vinte anos de prisão. Nessa situação notamos que a melhor escolha para Marcelo teria sido confessar também o crime, resultando em um melhor *payoff*, a prisão dos dois por cinco anos.

Supondo agora que Diogo selecione a opção calar, se Marcelo também escolher ficar calado, os dois pagariam pena de um ano, eventualmente se Marcelo preferir delatar, Diogo seria preso com pena de vinte anos e Marcelo seria liberto. O quadro 2 mostra os *payoffs* para Marcelo caso Diogo se cale.

Quadro 2 - *Payoffs ao* Diogo se calar

		Marcelo	*Payoffs*
Diogo	Calar	Calar	Marcelo: um ano de prisão Diogo: um ano de prisão
	Calar	Delatar	Marcelo: liberto Diogo: vinte anos de prisão

Fonte: Própria (2023)

[1] Termo da Teoria dos Jogos para definir os resultados de um agente.

Examinando o Quadro 2, os *payoffs* de Marcelo são a liberdade e um ano de prisão, que são diferentes do Quadro 1. Entretanto pode-se reparar que há uma semelhança em ambas, pois nas tabelas a opção que proporciona um melhor *payoff* para Marcelo é delatando e traindo Diogo.

Investigando dessa vez as possibilidades de Diogo, é possível intuir que as opções são análogas às de Marcelo, de maneira recíproca a melhor tomada de decisão dos dois acaba no mesmo *payoff*, ou seja, a melhor opção para Diogo também seria delatar e trair Marcelo. É importante ressaltar que independente da escolha de qualquer um dos dois a estratégia de delatar é a superior. Portanto a estratégia de delatar é considerada uma estratégia dominante. De acordo com Gomes (2013), quando uma estratégia é superior a qualquer outra sem depender das escolhas do oponente denomina-se como estratégia dominante.

A opção de delatar é um equilíbrio de *Nash*, que segundo Pereira:

> Uma solução estratégica ou equilíbrio de Nash de um jogo é um ponto onde cada jogador não tem incentivo de mudar sua estratégia se os demais jogadores não o fizerem. Equilíbrio de Nash é um perfil de estratégia (um conjunto de estratégias, uma para cada jogador) de tal forma que cada estratégia é uma melhor resposta (maximiza a recompensa) para todas as outras estratégias (PEREIRA, 2014, p. 69).

Observa-se que a estratégia do Equilíbrio de *Nash* neste caso não conduz necessariamente ao melhor resultado para os dois. Analisando ainda o conjunto da soma das penas, o melhor seria ambos ficarem calados e pegarem cada um, um ano de cadeia, mas é impossível garantir que um agente não trairia o outro, visto que os agentes têm um comportamento estratégico, como afirma Fiani:

> Por comportamento estratégico entende-se que cada jogador, ao tomar à sua própria decisão, leva em consideração o fato de que os jogadores interagem entre si, e que, portanto, sua decisão terá consequências sobre os demais jogadores, assim como as decisões dos outros jogadores terão consequências sobre ele (FIANI, 2006, p.13).

Observamos que nenhum dos jogadores tem incentivo para mudar de estratégia, pois a estratégia de se calar não faz parte da estratégia dominante, ou seja, não é um equilíbrio de *Nash*, pois cada jogador teria um incentivo para mudar de estratégia e delatar para se beneficiar, bem como a não perda, sempre que o outro escolhesse ficar calado.

Na Teoria dos Jogos se espera que os jogadores se comportem de maneira racional, logo vão usar a melhor estratégia possível, essa ação é denominada como Teorema Minimax, conforme afirma Santos (2016), o Teorema Minimax afirma que é racional para todo jogador

optar pelo método que maximiza sua vantagem, ou, de forma análoga, que minimiza a vantagem do outro, isto é, ambas as opções têm o mesmo aproveitamento. Em virtude de serem expostos os principais conceitos e características concernentes a Teoria dos Jogos, evidenciaremos em seguida a definição de Jogos tal como sua classificação.

2.2 CLASSIFICAÇÃO DOS JOGOS

Para podermos classificar Jogos na Teoria dos Jogos é preciso primordialmente definir o que é um Jogo, para Simonsen (1990, p. 4):

> Genericamente um jogo é um conjunto de regras que estabelecem: i) o número de participantes; ii) as informações fornecidas a cada participante; iii) as decisões permitidas a cada participante; iv) os resultados (pay-offs) auferidos por cada um dos participantes.

Segundo Souza (2003), a palavra "jogo" pode assumir vários sentidos, do ponto de vista teórico, os jogos são caracterizados em função de suas regras. O autor define que as regras de um jogo agrupam informações sobre a identidade dos jogadores, seu conhecimento do jogo, os seus possíveis movimentos ou ações e seus resultados (*payoffs*).

Ainda para o autor tratando-se das regras, elas devem definir: o nível de comunicação entre os jogadores, a possibilidade dos jogadores de estabelecerem acordos, permissão da repartição dos prêmios obtidos no jogo, quais as estratégias que os jogadores dispõem para realizarem seus objetivos e qual o nível de informações que os jogadores possuem (número de participantes do jogo, as decisões que qualquer deles pode tomar, os *payoffs* de todos os participantes).

Os jogos são frequentemente caracterizados pela quantidade de jogadores, pela forma ou ordem em que se movem. A partir desses aspectos na Teoria dos Jogos se tem os diferentes tipos de jogos: jogos simultâneos, sequenciais, cooperativos e não-cooperativos, repetitivos, de informação completa, incompleta, simétrica, assimétrica, perfeita e imperfeita e jogos soma zero. É importante ressaltar que um jogo pode ser classificado em mais de uma categoria.

Será apresenta a seguir alguns tipos de Jogos usando como referência, Souza (2003), Salgado (2009), Graminho (2013) e Pereira (2014).

2.2.1 Jogos Cooperativos e Não Cooperativos

Nos Jogos Cooperativos os jogadores podem formar coalizões e cooperar entre si para alcançar resultados melhores para todos os envolvidos. Porém, nos jogos Não Cooperativos cada jogador se preocupa em maximizar seus próprios resultados independentemente do resultado coletivo.

2.2.2 Jogos Simultâneos e Sequenciais

Nos jogos simultâneos os jogadores movem-se simultaneamente e as jogadas de ambas as partes ocorrem no mesmo momento. Nos jogos sequenciais, cada jogador se movimenta separadamente, um por vez, tendo os movimentos intercalados.

2.2.3 Jogos de Informação Perfeita e Imperfeita

Nos jogos de informação perfeita todos os jogadores conhecem todas as informações disponíveis, inclusive os movimentos prévios feitos por todos os outros jogadores (neste caso somente os jogos sequenciais são de informação perfeita). Nos jogos de informação imperfeita há informação privilegiada, e uma das partes pode blefar ou omitir informações a outra parte.

2.2.4 Jogos Simétricos e Assimétricos

Nos jogos Simétricos as estratégias são equivalentes para os jogadores, sendo assim intercambiáveis, os jogos Assimétricos não há tal equivalência.

2.2.5 Jogos de Soma Zero

Nos jogos de soma zero o resultado das escolhas é constante (sempre nulo) e o ganho de um jogador é diretamente proporcional à perda do outro jogador. Neste jogo a cooperação de um jogador acaba provocando sua própria derrota. É a este tipo de jogo que se aplica o Teorema Minimax. Nos Jogos de Soma Não-Zero os participantes têm interesses tanto comuns como opostos, e o resultado é positivo ou negativo para ambos. Os jogos de soma positiva são denominados quando todos os jogadores ganham; o contrário ocorre com os jogos soma negativa, em que todos perdem.

2.3 CLASSIFICAÇÃO DO JOGO DE XADREZ

Como já conceituado, o Xadrez possui algumas características que o delimita em alguns tipos de jogos. Vamos analisar e correlacionar essas peculiaridades com base nos conceitos já observados.

1. Jogos de informação Perfeita: O Xadrez se enquadra na categoria dos Jogos de Informação Perfeita, pois ambos os jogadores conhecem todas as informações disponíveis, incluindo os movimentos anteriores feitos pelo seu adversário antes de fazer a sua jogada.
2. Jogos Sequenciais: pela definição de Jogos Sequenciais cada jogador realiza suas jogadas separadamente, um por vez, de maneira intercalada. O Xadrez, por seguir essa dinâmica, é classificado como um jogo sequencial.
3. Jogos de Não-Cooperativos: partindo do princípio que o jogo de Xadrez é jogado com dois jogadores que possuem comportamento estratégico, o jogo se classifica como não cooperativo, pois cada jogador tem interesse apenas em maximizar seus próprios resultados.
4. Jogos Simétricos e Não Simétricos: Na Teoria dos Jogos, um jogo é considerado simétrico quando os jogadores têm as mesmas opções estratégicas disponíveis e as mesmas recompensas associadas a cada combinação de ações.

   Em relação ao Xadrez, nota-se, em sua forma pura, ele não é simétrico, embora ambos os jogadores tenham as mesmas opções estratégicas no início do jogo (como mover as peças), as recompensas associadas a cada ação podem variar. Por exemplo, capturar uma peça de maior valor ou avançar em direção ao Xeque-mate são movimentos que podem levar a recompensas assimétricas. Além disso, a ordem de jogada pode influenciar o resultado do jogo.

   No entanto, é importante destacar que, apesar de não ser simétrico na Teoria dos Jogos, o Xadrez é um jogo altamente simétrico em termos de informações. Isso significa que ambos os jogadores têm conhecimento completo sobre o estado atual do jogo, ou seja, todas as peças visíveis no tabuleiro são conhecidas por ambos. Essa simetria de informações permite que ambos os jogadores tomem decisões estratégicas informadas com base no estado do jogo. Em síntese, o Xadrez é simétrico em termos de informações, mas não é simétrico em relação às recompensas associadas a cada ação tomada pelos jogadores.

5. Jogos de Soma Zero: nos jogos de soma zero, a soma das recompensas de todos os jogadores envolvidos é igual a zero, ou seja, o ganho de um jogador é exatamente igual à perda do outro jogador.

   No Xadrez ambos os jogadores buscam a vitória, que é realizada ao colocar o Rei adversário em Xeque-mate. Quando um jogador vence, ele obtém uma *payoff* positivo (ganho) e o oponente obtém um *payoff* negativo (perda). No entanto, se o jogo termina em empate, ambos os jogadores um *payoff* nulo.

   Dessa forma, as recompensas no Xadrez seguem a característica de soma zero, em que a soma total dos ganhos e perdas é igual à zero. O ganho de um jogador corresponde exatamente à perda do outro, refletindo a natureza competitiva do jogo.

3 O XADREZ

Neste capítulo será abordado sobre a origem do Xadrez, assim como seus componentes e elementos, principais leis e regras do jogo.

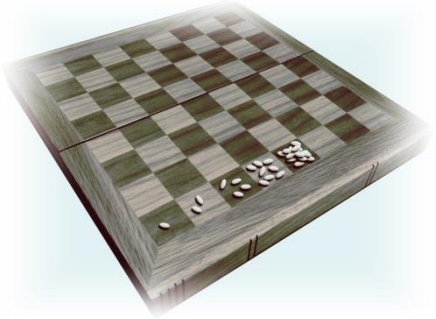
3.1 ORIGEM DO XADREZ

A origem do jogo de xadrez é incerta, mas a procedência mais plausível é de que o jogo foi idealizado na Ásia. Na contemporaneidade, a versão mais aceita e amplamente difundida é a de que ele teria surgido na Índia com o nome de *chaturanga* (jogo dos quatro elementos) e dali se espalhou por outros países dos continentes asiático e europeu, onde se constituíram as regras modernas.

Existem diversas lendas a respeito da criação do jogo de xadrez, mas a mais divulgada se encontra presente no livro Shāh-nāmeh, uma famosa obra poética escrita no século X, pelo escritor iraniano Ferdusie, essa obra se relaciona diretamente com a Matemática. Segundo (GIUSTI, 2002), a lenda diz que o principal responsável da sua criação foi o sábio indiano Sissa ibn Dahir. O sábio idealizou o jogo após a solicitação do rei Kaíde, que lhe prometera a recompensa que quisesse se o jogo fosse cativante e o entretivesse. Sissa acabou apresentando o jogo para o rei, que se entusiasmou e quis cumprir sua promessa.

Sissa, a fim de reclamar sua recompensa, pediu então ao rei que grãos de trigo fossem colocados no tabuleiro seguindo a seguinte ordem: na primeira casa do tabuleiro um grão, na segunda casa dois grãos, na terceira quatro, oito na quarta, e assim por diante até a sexagésima quarta casa. Dessa forma, o número era multiplicado por dois até a última casa, conforme ilustra a Figura 2.

Figura 2 - Sequência de grãos de trigo

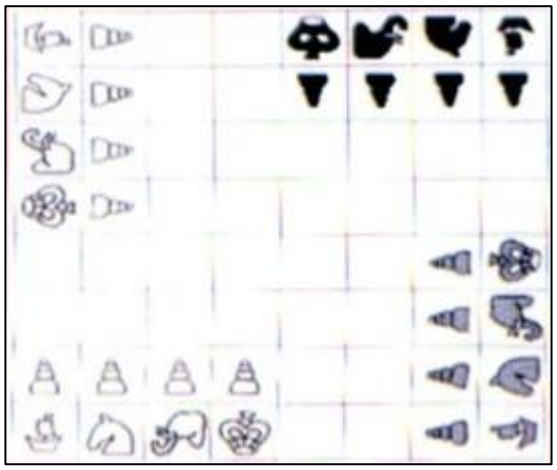


Fonte: Revista Questão de Ciência (2020)

De acordo com GIUSTI (2002, p. 6): “O rei achou o pedido simples demais e lhe concedeu sem muito se preocupar. Mas, feitos os cálculos sobre o número de grãos necessários para atingir tal pedido, chegou-se a este extraordinário valor: 18.446.744.073.709.551.615”. O rei percebeu a enormidade do pedido e que o número total de grãos de trigo seria excederia a capacidade do reino. Sissá então disse que a recompensa que ele queria era simbólica e servia para mostrar ao rei que até mesmo coisas aparentemente simples e pequenas, como um grão de trigo, podem crescer em um ritmo exponencial.

Ainda segundo o autor, fontes arqueológicas comprovam que o *chaturanga* era praticado na Índia há pelos menos mil e quinhentos anos e era jogado por quatro pessoas simultaneamente, cada um possuindo cinco tipos de peças diferentes: um ministro (hoje Dama), um Cavalo, um elefante (hoje Bispo), um navio (mais tarde uma carruagem, hoje a Torre) e quatro soldados (Peões), a Figura 3 ilustra o tabuleiro e as peças.

Figura 3 - Chaturanga



Fonte: História Ilustrada do Xadrez, GIUSTI (2002)

Com o passar do tempo, por volta do século VI, o *chaturanga* começou a ser disseminado por meio das rotas comerciais, chegando a outros países da Ásia e mudando sua alcunha em alguns deles. Por onde passou, o jogo ganhou grande popularidade. Na China, torna-se o “Jogo do Elefante”, no Japão e Coreia, é nomeado como “Jogo do General”, na Pérsia, passou a ser chamado de Chatrang (Jogo de Xadrez) e são feitas duas modificações importantes: o número de jogadores é abreviado para dois e é introduzida uma nova peça: o Xá (Rei).

Segundo Sá e Rocha:

> Por volta do ano 651 d.C., com a conquista da Pérsia, os árabes adotam este jogo, valorizando-o e difundindo-o por todo o Norte da África, assim como por todos os reinos europeus dominados nos séculos seguintes, em particular para a Espanha (Acedrex, Axedres, Ajedrez), Portugal (Xadrez), a Sicília (Scachi, Scacchi) e a costa francesa do Mediterrâneo (Eshec, Eschecz, Eschecs, Échecs) (Sá e Rocha, 1997, p. 68).

Devido ao domínio árabe sobre a Pérsia, aproximadamente no ano 651, o xadrez começou a ser propagado para a África e mais tarde, no ano 1000, para Europa por intermédio da Espanha, Portugal, Itália e França. Em pouco tempo o xadrez se tornou conhecido em todo o velho mundo. Nos séculos que se seguiram foram implementadas algumas regras e movimentos que são usados no xadrez contemporâneo, como o *en passant* e o roque. Neste período surgiram também diversos enxadristas famosos e importantes para a história e evolução do xadrez, como o espanhol Ruy López, o francês François-André Danican Philidor e os italianos Giulio Cesare Polerio e Gioacchino Greco.

Segundo o Centro de Excelência de Xadrez (2008), em 1851 foi realizado o primeiro torneio internacional de xadrez, efetivado na Exposição Universal de Londres. Durante essa época surgiram diversos nomes prestigiados do xadrez, como Paul Morphy, Wilhelm Steinitz, Emanuel Lasker, Alexander Alekhine dentre outras figuras.

No ano de 1924, de acordo com o Centro de Excelência de Xadrez (2008), foi fundada a Federação de Internacional de Xadrez, possuindo 156 federações nacionais filiadas, designada Fédération Internationale des Échecs (FIDE), com sede em Paris, na França. Com a formação da FIDE, a já existente competição mundial de Xadrez passou a ser regulamentada por essa entidade, mantendo-se essa regulamentação até os dias atuais.

3.2 XADREZ NO BRASIL

Existem poucos registros sobre o advento do xadrez no Brasil, mas acredita-se que o jogo chegou ao Brasil na era colonial com os portugueses. Em 1808, graças a Dom João VI, foi trazido para o Brasil o primeiro exemplar impresso de um trabalho sobre o jogo. Com os poucos registros da época, entende-se que logo no início o xadrez era jogado apenas casualmente pela classe elitista, e com o passar do tempo foi se difundindo até chegar aos dias de hoje.

Em 1850 foi publicado o primeiro livro sobre xadrez feito no Brasil, com o título de "Perfeito jogador de Xadrez ou Manual Completo desse jogo", escrito por Henrique Velloso d'Oliveira, sendo um resumo e revisão dos livros sobre xadrez mais importantes da época.

O primeiro clube de xadrez no Brasil foi estabelecido em 1877 no Rio de Janeiro, tendo como secretário o grande escritor Joaquim Maria Machado de Assis, e um ano antes, em 1876, Machado de Assis foi o primeiro a publicar uma coluna de xadrez, publicando o primeiro problema de xadrez do país na revista "Ilustração Brasileira".

O primeiro jogador brasileiro de relevância internacional foi João Caldas Viana, sendo uma das suas partidas de 1900 contra Augusto Silvestre Paes de Barros, mencionada no "Manual de Xadrez" escrito por Emanuel Lasker. Com o crescimento do xadrez no país, foi constituída a Confederação Brasileira de Xadrez (CBX) em 6 de novembro de 1924.

O primeiro campeonato brasileiro foi promovido em 1927, tendo como vencedor João de Sousa, sendo o primeiro campeão brasileiro e um dos principais enxadristas brasileiros, conseguindo manter seu título pelos anos seguintes, perdendo seu posto em 1933, para Orlando Roças Júnior.

Com a existência de uma particularidade em campeonatos de Xadrez em que foi disputado o primeiro Campeonato Feminino de Xadrez em 1960 que se sucedeu na cidade de Brusque, no qual Dora de Castro Rubio foi a primeira vencedora, mantendo os seus títulos nos anos seguintes, de 1961 e 1962.

Na literatura brasileira sobre Xadrez, o livro "Xadrez Básico", confeccionado pelo médico e mestre nacional Orfeu D'Agostini e o livro Manual de Xadrez, de Idel Becker, são as obras mais importantes, servindo de inspiração para os enxadristas brasileiros.

O primeiro brasileiro a conquistar renome internacional no esporte em relação a *rating* (método estatístico utilizado para se calcular a força relativa entre jogadores de xadrez), foi o Grande Mestre Henrique da Costa Mecking, apelidado como Mequinho. Foi campeão brasileiro em 1965 com apenas 13 anos, em 1967 aos 15 anos ganhou o campeonato Sul-

americano, ele ainda ganhou diversos outros campeonatos. A Figura 4 exibe imagens do jogador.

Figura 4 - Henrique Mecking o “Mequinho”



Fonte: Vida em miniatura (2010)

O enxadrista Henrique Mecking foi também o primeiro Grande Mestre (GM) brasileiro, tendo o maior *rating* já registrado de um jogador brasileiro. Mequinho é considerado por muitos o mais importante enxadrista brasileiro. Em seu auge, no ano de 1977, conseguiu chegar ao terceiro lugar no ranking de melhor jogador do mundo, rivalizando e sendo superado apenas pelos russos Anatoly Karpov e Viktor Korchnoi.

Nos dias de hoje há jogadores brasileiros de reconhecimento mundial em atividade, como Alexandr Fier, André Diamant, Darcy Lima, Evandro Barbosa, Krikor Mekhitarian, Luís Paulo Supi, Rafael Leitão, Julia Alboredo, Kathiê Librelato, Juliana Sayumi Terao, dentre outros.

3.3 REGRAS DO XADREZ

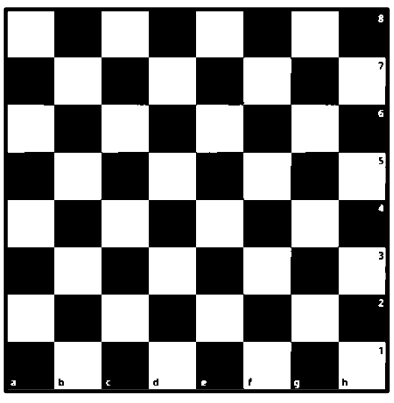
Para D'Agostini (1985, p. 17): "O xadrez é um esporte intelectual, que se joga entre duas pessoas, ou equipes, que dispõem de forças iguais, seja em quantidade seja em qualidade, denominadas peças e que têm cor diferente, geralmente brancas e pretas". Assim, o autor define o jogo de Xadrez como um jogo de regras, que impõe ao praticante, raciocínio, planejamento e estratégia, além de uma série de análises que o jogador deve fazer, devido a relação entre as jogadas dos seus oponentes.

Devido à existência de regras, faz-se necessária uma explicação delas, para o melhor entendimento. Nesse subcapítulo abordaremos as regras, o tabuleiro e as peças do xadrez com suas particularidades, usando como referências D'Agostini, por meio do livro Xadrez Básico (2002), e o artigo "Leis do Jogo de Xadrez da Federação Internacional de Xadrez (FIDE)", versão portuguesa aprovada pela Federação Portuguesa de Xadrez (FPX).

3.3.1 O tabuleiro

O jogo de xadrez é composto de um tabuleiro, peças e relógio (obrigatório em competições). Em jogos casuais o relógio pode ser dispensado. O tabuleiro normalmente possui o formato quadrado e é dividido em sessenta e quatro casas quadradas de tamanhos iguais pintadas alternadamente de cores distintas, tipicamente brancas e pretas, conforme a Figura 5.

Figura 5 - Tabuleiro tradicional

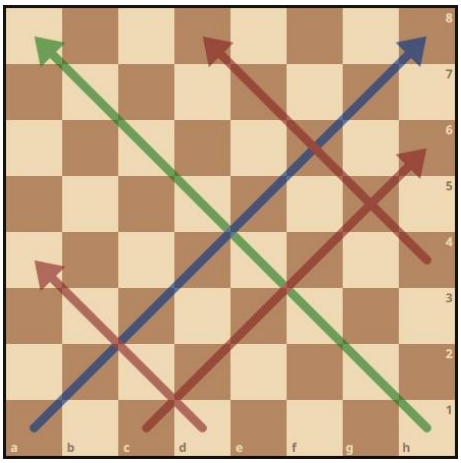


Fonte: Própria (2023)

O tabuleiro é disposto de modo que cada jogador possua à sua direita a casa de cor branca. A partir das casas do tabuleiro são formadas oito colunas identificadas por letras do "a" até o "h" e oito horizontais identificadas por números do "1" até o "8" e as diagonais que

são definidas como qualquer conjunto de casas da mesma cor que atravessa o tabuleiro, formando com as horizontais e as colunas um ângulo de 45º (ver Figura 6). Há duas diagonais de oito casas e cada uma é chamada de grande diagonal.

Figura 6 - Diagonais



Fonte: Própria (2023)

3.3.2 As peças

O jogo de xadrez possui 32 peças, sendo 16 peças de cor clara e 16 de cor escura (comumente as cores das peças são pretas e brancas). Existem seis tipos de peças com características diferentes, listados no Quadro 3 e na Figura 7, respectivamente:

Quadro 3 - Peças

Peça	Símbolo	Símbolo (Letra)
Um Rei de ambas as cores, usualmente indicado pelo símbolo.	♔ ♚	R
Uma Dama branca de ambas as cores, usualmente indicada pelo símbolo.	♕ ♛	D
Duas Torres de cada cor, usualmente indicadas pelo símbolo.	♖ ♜	T
Dois Bispos de cada cor, usualmente indicados pelo símbolo.	♗ ♝	B
Dois Cavalos de cada cor, usualmente indicados pelo símbolo.	♘ ♞	C
Oito Peões de cada cor, usualmente indicados pelo símbolo.	♙ ♟	P

Fonte: D'Agostini modificado (2002)

Figura 7 - Peças do Xadrez



Fonte: Própria (2023)

3.3.3 Notações do Xadrez

Para melhor compreensão das regras do xadrez, inicialmente serão expostas as notações do jogo e se adentrará nas principais notações. Com o objetivo de registrar jogadas, posições de peças sobre o tabuleiro e partidas, criaram-se vários sistemas, dos quais os mais empregados são o Sistema Descritivo, Notação Epistolar (ou Postal), Notação Forsyth e o Sistema Algébrico.

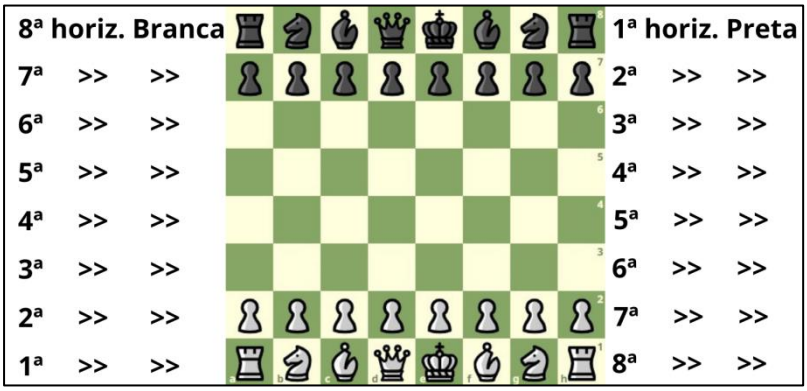
Existem também as notações utilizadas para computadores, sendo as notações mais relevantes a Portable Game Notation (PGN), notação Forsyth-Edwards ou FEN uma adaptação do sistema de notação Forsyth e o código Guy-Blandford-Roycroft ou Código GBR, comumente usados no estudo de finais de jogo. Dos sistemas mencionados, o descritivo e o algébrico são os mais usados principalmente nos continentes americano e europeu, portanto, serão exploradas em maior profundidade.

- Notação Descritiva:

A notação descritiva foi amplamente usada no passado, é popular ainda em alguns países, inclusive no Brasil, mas agora é menos comum. É importante ressaltar que a FIDE não utiliza a notação descritiva em suas competições, portanto serão apresentadas apenas as noções básicas.

Na notação descritiva, assim como nas outras, as casas do tabuleiro são nomeadas em função da intersecção de uma coluna e uma horizontal. A Figura 8 descreve a denominação das horizontais.

Figura 8 - Horizontais

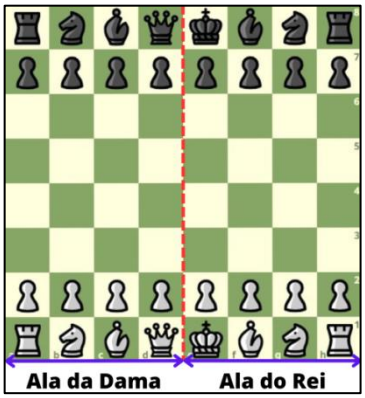


Fonte: D'Agostini (2002) modificado

Para as brancas, a primeira horizontal é aquela em que se localizam as peças maiores (Rei, Dama, Torres, Bispos e Cavalos) em sua posição inicial. A segunda horizontal é a dos peões. As peças pretas se organizam de maneira similar, contudo a oitava horizontal das brancas seria a primeira das pretas. A segunda horizontal das pretas é a sétima das brancas, a terceira das pretas é a sexta das brancas e assim por diante.

A denominação das colunas é dada a partir do nome das peças que ocupam a primeira horizontal, na sua posição inicial. É possível subdividir o tabuleiro em duas metades: em uma metade se alojam os dois Reis e na outra metade, as duas Damas. Essas subdivisões são chamadas de ala do Rei e ala da Dama respectivamente, conforme a Figura 9. As alas também são utilizadas para identificar a posição das peças.

Figura 9 - Alas



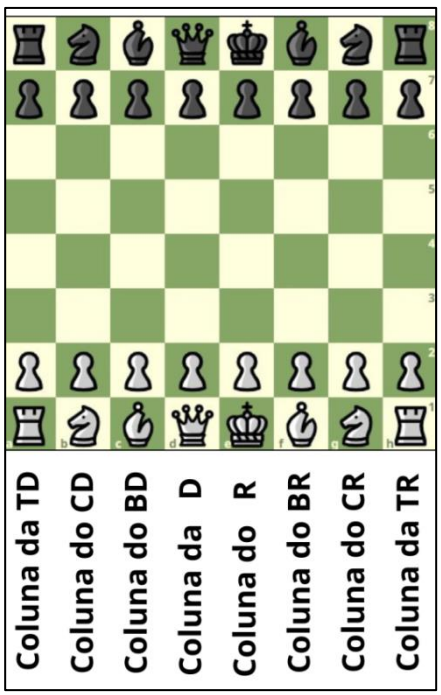
Fonte: Própria (2023)

Seguindo as nomenclaturas designadas para as peças, as colunas são idênticas para ambos os jogadores. Para nomear as colunas, as peças são discriminadas da seguinte forma:

- O Bispo da ala do Rei chama-se Bispo do Rei ou BR
- O Cavalo da ala do Rei chama-se Cavalo do Rei ou CR
- A Torre da ala do Rei chama-se Torre do Rei ou TR
- O Bispo da ala da Dama chama-se Bispo da Dama ou BD
- O Cavalo da ala da Dama chama-se Cavalo da Dama ou CD
- A Torre da ala da Dama chama-se Torre da Dama ou TD

Essas descrições são válidas para as brancas tais como para as pretas. A Figura 10 apresenta a denominação das colunas. As casas são nomeadas pela junção das denominações das horizontais e das colunas. A Figura 11 mostra na parte superior nome das casas brancas e na parte inferior o nome das casas pretas.

Figura 10 - Denominação colunas



Fonte: D'agostini modificado(2002)

Figura 11 - Nome das casas



Fonte: D'agostini modificado (2002)

Anteriormente foi descrio as denominações das casas, já as peças são designadas pela letra inicial de seu nome, conforme mostra o Quadro 4 mostra.

Quadro 4 - Símbolo das Peças

Peça	Letra
Rei	R
pay	D
Torre	T
Bispo	B
Cavalo	C
Peão	P

Fonte: D'Agostini (2002)

Algumas notações fazem o uso de alguns sinais e abreviaturas, os mais utilizados estão listados no Quadro 5. Os sinais e abreviaturas são utilizados usados também na Notação Descritiva.

Quadro 5 - Sinais e Abreviaturas

Sinal ou abreviatura	Significado
+ ou xq.	Xeque ao Rei
+ + ou Mate	Mate
x	Tomar Peça
O-O	Roque Curto
O-O-O	Roque Longo
!	Bom Lance
!!	Lance Brilhante
?	Lance Fraco
??	Lance Péssimo
e.p.	Tomar "em passant"
Desc. Ou xq. desc.	Xeque descoberto
() ou =	Peão promovido a...

Fonte: D'Agostini (2002)

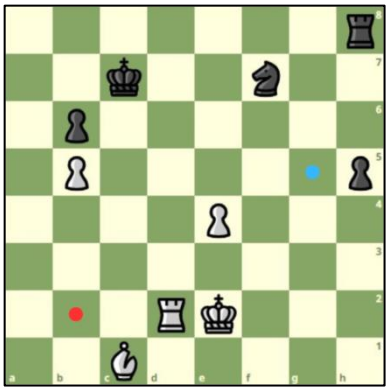
Para registrar os lances com a notação descritiva o procedimento é o seguinte:

1. Escrever em maiúscula a letra inicial da peça que se vai movimentar (R, D, T, B, C ou P).
2. Escrever em seguida o nome da casa que essa peça ocupará.

Na Figura 12, o Bispo branco irá se mover para o ponto vermelho. Primeiro escreve-se em maiúsculo a letra inicial da peça, no caso “B”, e em seguida o nome da casa de destino da peça, segunda coluna do Cavalo do Rei, ou seja, “2CD”. Portanto, neste caso o lance é registrado pela notação: “B2CD”.

Ainda na Figura 12, o Cavalo preto irá saltar para o ponto azul. Primeiro escreve-se a letra inicial da peça, “C” e, em seguida o nome da casa em que a peça se destina (quarta coluna do Cavalo do Rei). Portanto o lance é registrado pela notação: “C4CR”.

Figura 12 - Exemplo Notação Descritiva



Fonte: Própria (2023)

Em relação à captura de uma peça, deve-se indicar a peça capturada, utilizando o sinal especificado no Quadro 5, o “x”. Assim na Figura 13 a Dama branca captura o Bispo preto, logo o lance é registrado pela notação: “DxB” (lê-se Dama, toma, ganha ou captura Bispo).

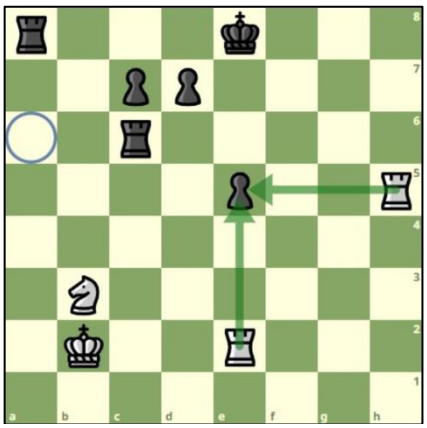
Figura 13 - Dama toma Bispo



Fonte Própria (2023)

Quando duas peças iguais puderem se dirigir a uma mesma casa, deve-se indicar também a casa de onde partiu a peça. A seguir na Figura 14 há duas Torres pretas que podem realizar o mesmo movimento para a terceira linha da Torre da Dama (3TD). Nesta situação, a Torre (T) posicionada na terceira coluna do Bispo da Dama (3BD) fará o movimento, isto posto, o lance deve ser registrado, T(3BD) 3TD. O mesmo vale para a captura. Ainda na Figura 14, há duas Torres brancas que podem capturar o Peão preto posicionado na quinta casa da coluna do Rei (5R). Dessa forma deve-se indicar qual das Torres irá capturar o Peão. Assim, se a Torre (T), localizada na segunda linha do Rei (2R), fará a captura do Peão localizado na quinta linha do Rei (5R), o lance deve ser registrado como: T(2R)x5R.

Figura 14 - Exemplo 2 de Notação Descritiva



Fonte: Própria (2023)

- Notação Algébrica Moderna

A notação algébrica é a notação mais usada atualmente, além disto, é a notação recomendada e empregada pelas competições oficiais organizadas pela FIDE. Nesse sistema, cada casa do tabuleiro é representada por uma combinação de uma letra e um número, similar ao Sistema Descritivo, porém na Notação Algébrica os nomes das casas são diferentes.

As colunas do tabuleiro são representadas pelas oito letras iniciais minúsculas do alfabeto (a, b, c, d, e, f, g, h), já as fileiras são representadas pelos números (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8). Na Notação Algébrica as casas são denominadas de modo exclusivo, independente do lado (branco ou preto) em que está sendo analisado. Logo, cada casa é sistematicamente definida somente por uma combinação única de uma letra com um número. As peças são representadas por uma letra maiúscula, podendo variar a depender da língua usada. O Quadro 6 apresenta os símbolos das peças em português.

Quadro 6 - Símbolo das Peças

Peça	Símbolo (Letra)
Rei	R
Dama	D
Torre	T
Bispo	B
Cavalo	C
Peão	P

Fonte: Própria (2023)

Para anotar os lances com a Notação Algébrica o procedimento é o seguinte:

1. Indica-se a peça a ser movida usando a sua letra inicial;
2. Posição de destino da peça.

Os sinais e abreviaturas usados na Notação Algébrica são os mesmos da Notação Descritiva. O símbolo do Peão (P) habitualmente é omitido na Notação Algébrica. Por exemplo, os lances são registrados como a4, b5, e não Pa4, Pb5. Na captura, a coluna onde se localiza o Peão substitui o seu símbolo.

Observemos a Figura 15. No exemplo, o Peão branco localizado na casa (e4) irá capturar o Peão preto de (d5), logo o lance é registrado como “exd5”, relembrando que não foi colocada a letra inicial do Peão por convenção. As pretas respondem saltando o cavalo de c6 para a5, portanto registramos como Ca5.

Figura 15 - Exemplo de Notação Algébrica



Fonte: Própria (2023)

Quando duas peças iguais (Damas, Torres, Bispos, Cavalos ou Peões), podem ocupar a mesma casa, deve-se registrar também a coluna ou linha de onde a peça partiu. Na figura 14, dispõe de duas Torres preas que podem ir para a casa a6, portanto se a Torre localizada na casa de c6 mover para a6 deve-se registrar o lance como: Tca6.

Ainda na Figura 14, há duas Torres brancas que podem capurar o peão de e5, portanto se a Torre de h5 capturar o peão, deve-se registrar o lance como: Thxe5. Devido ao fácil entendimento, simplicidade e devido à popularidade da notação, será usada a Notação Algébrica como notação padrão para identificar e registrar casas e lances ao decorrer do texto.

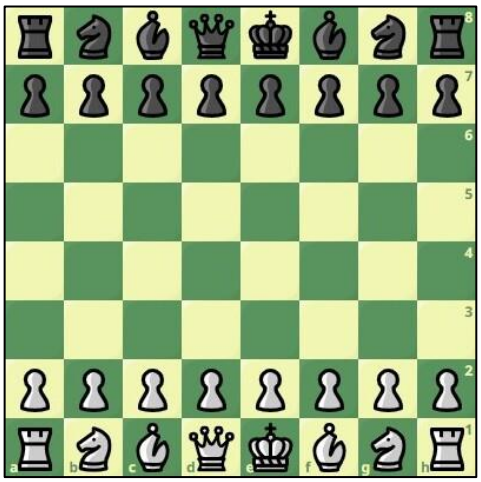
3.3.4 Regras básicas

1. O jogo de xadrez é disputado entre dois adversários que movem as suas peças sobre um tabuleiro quadrado denominado 'tabuleiro de xadrez'.
2. O jogador com as peças de cor clara (Brancas) faz o primeiro lance, em seguida os jogadores movem alternadamente, com o jogador com as peças escuras (Pretas) a fazer o lance seguinte.
3. Diz-se que o Rei está ‘em xeque’ se estiver ameaçado por uma ou mais peças do adversário, mesmo que tais peças estejam impedidas de serem movidas para a casa ocupada pelo Rei porque deixariam ou colocariam o seu próprio Rei em xeque.
4. Nenhuma peça pode ser movida de modo que exponha ou deixe o Rei da mesma cor em xeque.
5. O objetivo de cada jogador é colocar o Rei do adversário 'sob ataque' de tal forma que o adversário não tenha lance legal. O jogador que alcançar esse objetivo diz-se que deu xeque-mate ao Rei do adversário e venceu a partida.
6. Não é permitido deixar ou colocar o seu próprio Rei sob ataque, nem capturar o Rei do adversário.
7. A partida está empatada quando o jogador que tiver a vez de jogar não tenha lance legal e o seu Rei não esteja em xeque. Diz-se que a partida terminou com o Rei ‘afogado’. Isto termina imediatamente a partida
8. Uma partida diz-se empatada se resultar numa posição em que nenhum dos jogadores tem a possibilidade de dar xeque-mate ao Rei do adversário
9. A partida pode empatar mediante comum acordo entre os jogadores durante a partida.
10. Um jogador pode reivindicar empate por repetição se a mesma posição ocorrer por três vezes. A partida é declarada empatada se a mesma posição ocorrer por cinco vezes.

3.3.5 Disposição inicial das peças

A posição das peças no tabuleiro do Xadrez tradicional é a seguinte: na primeira fileira, centralizados ficam o Rei e a Dama, a Dama preta na casa preta e a Dama branca na casa branca. Aos lados deles dois bispos, dois Cavalos e duas Torres, respectivamente. Na segunda fileira ficam posicionados oito peões à frente do conjunto de peças já citadas, conforme a Figura 16.

Figura 16 - Disposição das peças no tabuleiro



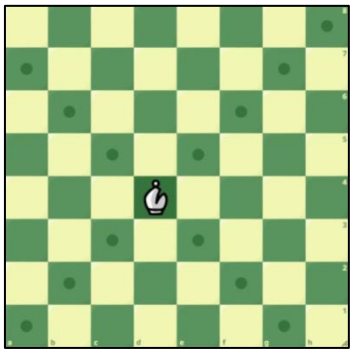
Fonte: Própria (2023)

3.3.6 Movimento das peças

Cada peça de xadrez tem o seu movimento particular, o movimento descreve também como cada peça pode capturar as peças adversárias, com exceção do Peão que tem uma captura diferente. A captura das peças é realizada retirando a peça adversária no local original da peça adversária (exceto o *en passant*). Os pontos nas figuras demonstram a movimentação das peças. Será apresentado a seguir o movimento particular de cada peça.

- Bispo: os Bispos se movem ao longo das diagonais do tabuleiro, podendo se mover ao longo da diagonal que se encontra. É interessante ressaltar que cada jogador dispõe inicialmente de dois Bispos, um movimentando pelas casas pretas e outro pelas casas brancas que jamais mudando a cor da casa que se encontram, conforme a Figura 17.

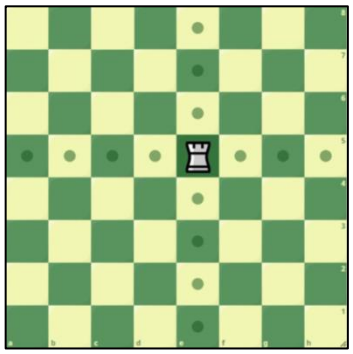
Figura 17 - Movimento do Bispo



Fonte: Própria (2023)

- Torre: A Torre pode mover-se para qualquer casa ao longo da coluna ou horizontal em que se encontra, conforme a Figura 18.

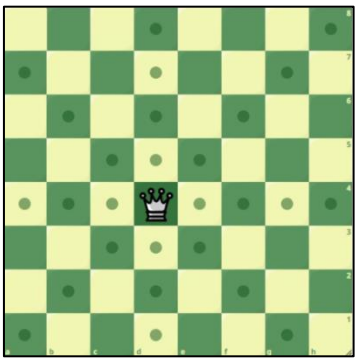
Figura 18 - Movimento da Torre



Fonte: Própria (2023)

- Dama: A Dama pode mover-se para qualquer casa ao longo da coluna, linha ou diagonal em que se encontra, de modo similar ao movimento dos Bispos e das Torres, conforme a Figura 19.

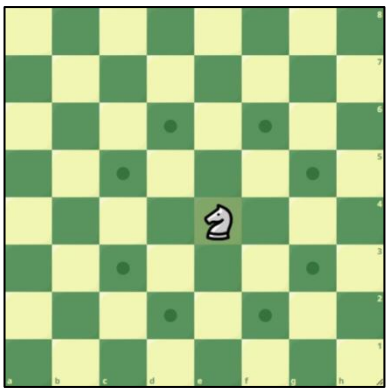
Figura 19 - Movimento da Dama



Fonte: Própria (2023)

- Cavalo: O Cavalo pode mover-se para uma das casas mais próximas em relação à qual ocupa que não esteja na mesma coluna, linha ou diagonal. Outra forma de definirmos seu movimento: o Cavalo move-se uma casa como Torre e a seguir uma casa como Bispo, afastando-se de sua casa inicial. Ao fazer seus movimentos somente o Cavalo tem a particularidade de poder "saltar" sobre as peças, conforme a Figura 20.

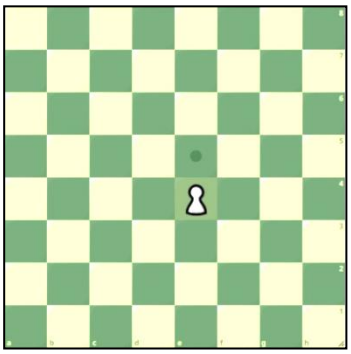
Figura 20 - Movimento do Cavalo



Fonte: Própria (2023)

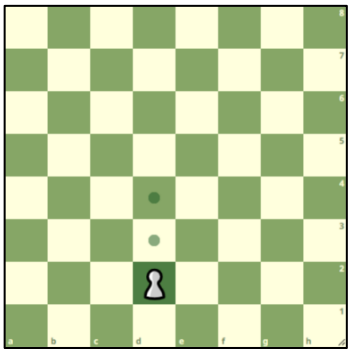
- Peão: O Peão pode ser movido para a casa desocupada que esteja imediatamente à sua frente ao longo da mesma coluna conforme a Figura 21. A captura do Peão é distinta do seu movimento, podendo ser realizada na diagonal. O jogador no primeiro lance do Peão pode optar por avançar uma ou duas casas, contanto que não estejam ocupadas. Na Figura 22 o jogador pode mover o Peão de "d" para a casa de "d3" ou "d4".

Figura 21 - Movimento do Peão



Fonte: Própria (2023)

Figura 22 - Movimento inicial do Peão

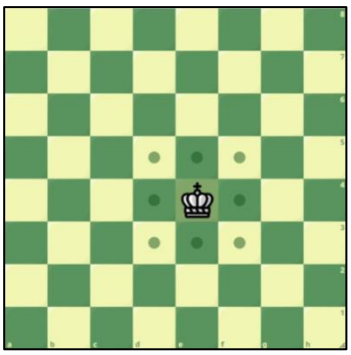


Fonte: Própria (2023)

- Rei: move-se para uma casa vizinha a sua posição disposta no tabuleiro, ou seja, o Rei pode se mover como a Dama, mas limitado a apenas uma casa, conforme a Figura 23.

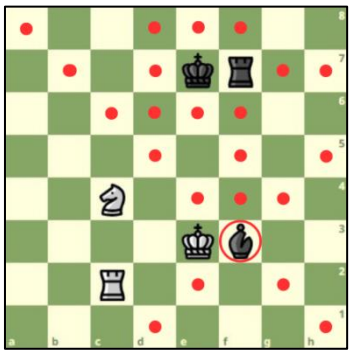
Há uma exceção no movimento e captura do Rei: o rei não pode se mover para uma casa em que está sob ataque de uma peça e também não pode capturar uma peça que está sendo defendida. Em ambas as situações o Rei estaria se colocando em posição de captura, que é contra as regras. Na Figura 24, os pontos vermelhos indicam as casas dominadas pelas peças pretas, logo, o Rei não pode se locomover para nenhuma delas, sobrando apenas as casas de “d2”, “d3”, “d4” e “f2”, lembrando que o Rei não pode capturar o Bispo, pois a Torre está defendendo a peça.

Figura 23 - Movimento do Rei



Fonte: Própria (2023)

Figura 24 - Exceção do Rei

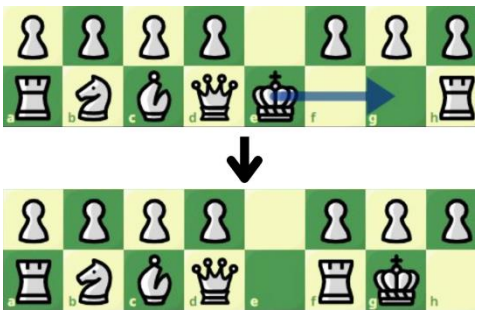


Fonte: Própria (2023)

3.3.7 Movimentos especiais das peças

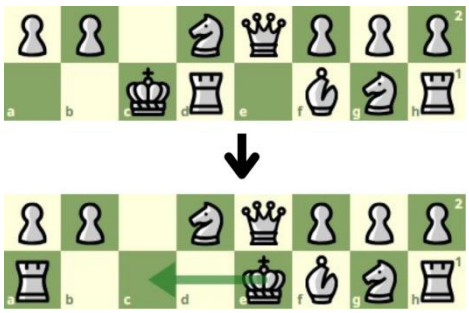
- Roque: Este é um lance que envolve o Rei e uma das Torres de mesma cor ao longo da primeira horizontal do jogador. O movimento é executado de modo que o Rei é movido de sua casa inicial para duas casas em direção à Torre, que está na sua casa original e em seguida a Torre é movida para casa ao lado do Rei passando sobre o Rei. As figuras 25 e 26 a seguir ilustram os dois tipos de Roque.

Figura 25 - Roque Curto



Fonte: Própria (2023)

Figura 26 - Roque Longo



Fonte: Própria (2023)

- É importante ressaltar que se perde o direito de rocar:
  - Se o Rei já foi movido;
  - Com a Torre que já foi movida.

- O Roque não é permitido temporariamente:
  - Se a casa que o Rei ocupa, ou a casa pela qual deve passar, ou a casa que passará a ocupar, estiver atacada por uma ou mais peças do adversário. Na Figura 27 as casas de “d1” e “f1” estão sendo controladas pela Dama preta e Bispo preto respectivamente, portanto o Rei fica impedido temporariamente de realizar o movimento de Roque.
  - Se houver alguma peça entre o Rei e a Torre com a qual o Roque seja efetuado.

Na Figura 28 os Cavalos brancos de “b1” e “g1” e o Bispo branco de “c1” estão entre a Torre branca e o Rei branco, impedindo a passagem do Rei e impedindo temporariamente o movimento de Roque.

Figura 27 - Casas controladas pelo adversário



Fonte: Própria (2023)

Figura 28 - Peças bloqueando o Roque



Fonte: Própria (2023)

- *en passant*: Um peão que ocupa uma casa situada na mesma linha e coluna adjacente à de um Peão do adversário que acaba de avançar duas casas num único lance vindo da sua casa original, pode capturar este Peão do adversário como se o outro Peão tivesse movido apenas uma casa. Na Figura 29, o Peão branco de “b2”, avançou duas casas realizando o movimento b4, o Peão preto de “a” neste caso pode capturar o Peão de

“b” de passagem (*en passant*), avançando dessa forma para a casa “b3”, registrando o lance como axb3.

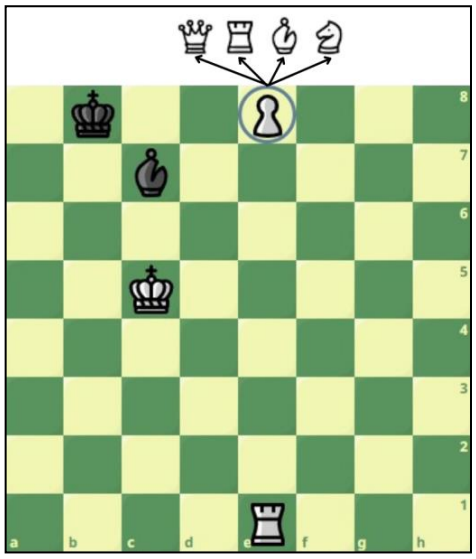
Figura 29 - *En passant*



Fonte: Própria (2023)

- Promoção: O Peão, ao atingir a oitava casa de uma coluna qualquer, chegando à primeira horizontal do adversário, é promovido e se transforma obrigatoriamente em outra peça da sua cor (Cavalo, Bispo, Torre ou Dama, é excluída a possibilidade do Peão ser promovido para Rei). Na figura 30, o Peão de “e” alcançou a oitava horizontal, portanto deve ser promovido para Dama, Torre, Bispo ou Cavalo.

Figura 30 - Promoção



Fonte: Própria (2023)

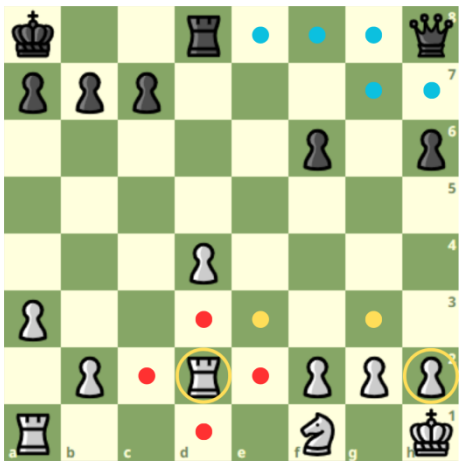
3.3.8 Restrições

Foi explicado anteriormente o movimento de cada peça de forma isolada, porém quando se tem outras peças no tabuleiro, existem algumas restrições em relação ao movimento e captura de peças.

1) Peças de mesma cor

Não é permitido ocupar casas ou saltar sobre peças de uma mesma cor, o domínio e mobilidade da peça é reduzido e se encerra na casa antecedente a ela. Como mencionado anteriormente, o Cavalo é a única peça que pode saltar sobre as outras peças ao realizar seu movimento. Na Figura 31 a Torre de “d”, o Cavalo de “f” e a Dama de “h”, estão com seus movimentos representados pelos discos vermelhos, amarelo e azul respectivamente. Nota-se que a Torre branca de “d” está restringida pelos Peões brancos de “b”, “d” e “f”.

Figura 31 - Peças de mesma cor, movimento restringido



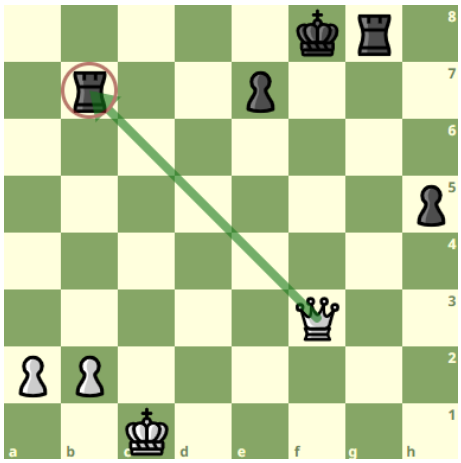
Fonte: Própria (2023)

Pode-se observar também que o Cavalo branco pode saltar livremente para as casas de “e3” e “g3”, mas não pode saltar para a casa de “d2” e “h2”, uma vez que a casa de “d2” está ocupada pela Torre branca e a casa de “h2” está ocupada pelo Peão branco. Ainda na Figura 30, a Dama de “h” está com sua movimentação reduzida, devido a casa de “d8” estar ocupada pela Torre preta, e as casas de “f6” e “h6” estarem ocupadas pelos Peões pretos.

2) Peças de cor diferente

De maneira igual ao tópico anterior, não é permitido a uma peça se movimentar e saltar sobre outra peça de cor diferente, exceto o cavalo. Porém, pode a peça a ser jogada ocupar a casa de uma peça de cor oposta e passar a ocupar esta casa. A ocupação de uma peça em uma casa ocupada por outra peça de cor oposta é caracterizada como capturar, tomar ou ganhar uma peça. Na Figura 32 a Dama branca de “f” é movida e ocupa a casa de “b7” ocupada pela Torre preta (Dxb7), identificando dessa forma como um movimento de captura.

Figura 32 - Dama captura Torre



Fonte: Própria (2023)

4 MATEMÁTICA NO XADREZ

A Matemática está profundamente ligada ao Xadrez em diferentes questões. Para Almeida (2010), os princípios do Xadrez têm notáveis vínculos com os princípios da Matemática, tendo correlações nas estratégias mentais e de abstração que são fundamentais na Matemática e Xadrez.

Ainda para o autor, o Xadrez é eficiente para o aprendizado de Matemática em diversas áreas, como Aritmética (por meio das noções de valor de peça, lucro e prejuízo e controle das casas do tabuleiro); Álgebra (cálculo de *rating* e desempenho dos jogadores); Geometria (conceitos de verticalidade, horizontalidade e diagonalização, representação de formas geométricas mediante tabuleiro e plano cartesiano).

É possível identificar várias possibilidades do uso da Matemática no Xadrez. Santo Junior (2016) ressalta a possibilidade da utilização da geometria espacial e visão espacial ao comparar as formas de representação das peças no tabuleiro (modelo impresso e peças reais); classificação de figuras planas, áreas e perímetros, por meio das figuras formadas pelos movimentos das peças; frações, relacionando quantidade de peças capturadas com a totalidade de peças; cálculo mental, operações básicas (adição e subtração) em ocasiões de captura e troca de peças em uma partida; noções de equivalência dos valores das peças; plano cartesiano, utilizando a semelhança dos sistemas de notações utilizados no xadrez (colunas e horizontais) com as coordenadas de um plano cartesiano (eixos das abscissas e das ordenadas); simetria, pela disposição das peças no tabuleiro.

Almeida (2010) afirma que o Xadrez é muito amplo e não se aplica somente em áreas básicas, podendo atuar em campos mais complexos como, Análise combinatória, Cálculo de Probabilidades, Funções, Estatística, Informática e Teoria dos Jogos.

Dado que a associação entre Matemática e Xadrez é bastante vasta, neste capítulo serão identificadas e selecionadas algumas das relações existentes entre a Matemática e o jogo do Xadrez.

4.1 TABULEIRO

4.1.1 Geometria

É possível perceber diversas relações existentes no tabuleiro de Xadrez com a Geometria. Segundo Paiva e Avila (2016), considerando as colunas e horizontais de um tabuleiro como retas ou segmentos de retas e analisando o movimento de algumas peças (Dama, Torre e Bispo), podemos assimilar as noções de horizontal, vertical e diagonal.

Ainda para os autores é possível ter a noção de simetria ao reparar as posições das peças em aberturas do xadrez avaliadas como simétricas, aquelas em que o segundo jogador realiza lances simétricos aos lances iniciais feitos pelo primeiro jogador. A Figura 33 ilustra uma abertura simétrica.

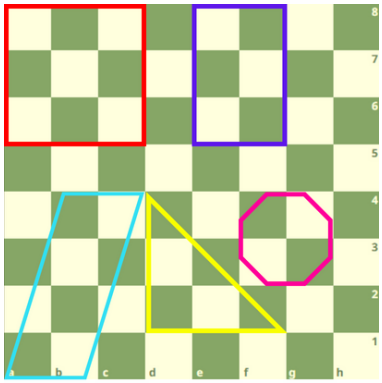
Figura 33 - Abertura simétrica



Fonte: Própria

Do ponto de vista dos autores é possível obter uma associação Matemática usando as casas do tabuleiro como unidade fundamental para construir polígonos e dessa forma relacionar área e perímetro de polígonos. A Figura 34 demonstra como podem ser construídos polígonos usando o tabuleiro.

Figura 34 - Polígonos no tabuleiro



Fonte: Própria

4.1.2 Plano Cartesiano

Das muitas associações do Xadrez com a Matemática, o tabuleiro de Xadrez pode ser relacionado ao plano cartesiano, através das grandes semelhanças entre os sistemas de notação Xadrez, com o conceito de par ordenado utilizado no plano cartesiano, de acordo com Oliveira e Castilho (2006):

> Existe ainda uma estreita relação com alguns conteúdos curriculares presentes na matemática. A primeira relação pode ser vista no próprio tabuleiro no qual se joga xadrez e o sistema utilizado de anotação de uma partida, que dá nome a cada uma das casas através da utilização de coordenadas cartesianas (OLIVEIRA; CASTILHO, 2006, p. 02).

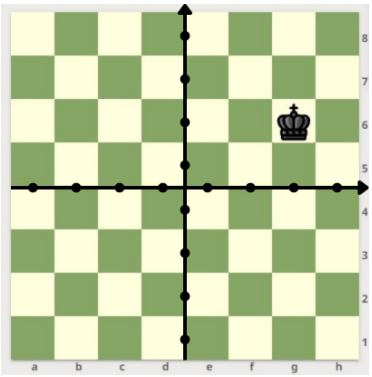
Segundo De Holanda e Bezerra (2020), o plano cartesiano é constituído por duas retas perpendiculares enumeradas (uma reta horizontal e uma vertical) contendo apenas um ponto em comum, nomeado como origem. A reta horizontal é chamada de eixo das abscissas (eixo x) e a reta vertical, eixo das ordenadas (eixo y). A localização de um ponto no plano cartesiano é determinada pelo par ordenado das coordenadas da forma (x,y).

Observando os elementos do plano cartesiano pode-se relacionar o eixo das abscissas com as linhas horizontais do tabuleiro de Xadrez e o eixo das ordenadas com as colunas do tabuleiro. Conforme Oliveira e Castilho (2006, p. 02) “O eixo y equivale à numeração das filas (oito no total), enquanto o eixo x equivale às colunas, que vão de "a" a "h". O ponto de convergência entre os eixos x e y dá nome a uma casa como, por exemplo, as casas e2, d6, etc”.

Podemos notar a relação observando a Figura 35. Na figura podemos localizar o Rei preto utilizando as coordenadas do tabuleiro. No exemplo, o rei está na casa g6 do tabuleiro,

relacionando a coluna e a horizontal do tabuleiro. Com os eixos x e y do plano cartesiano temos o par ordenado (3,2). Podemos ainda verificar que o rei está localizado no primeiro quadrante do Plano Cartesiano.

Figura 35 - Plano Cartesiano no tabuleiro



Fonte: Própria

4.1.3 Potenciação, Progressão Geométrica e Função Exponencial

No tabuleiro de Xadrez podemos notar uma relação com potenciação. Segundo Paiva e Avila (2016), pode-se calcular a quantidade de quadrados que são possíveis formarem com as casas do tabuleiro. Para calcular o número total de quadrados em um tabuleiro de xadrez de tamanho $n \times$ n, você pode seguir as etapas a seguir:

Primeiro, nota-se que em um tabuleiro quadrado n × n, há n · n quadrados 1×1 e $(\mathrm{n}-1)\cdot(\mathrm{n}-1)$ quadrados de tamanho 2×2. Similarmente, há $(\mathrm{n}-2)\cdot(\mathrm{n}-2)$ quadrados de tamanho 3×3, e assim por diante, até chegar a $1 \cdot 1$ quadrado de tamanho n × n. Portanto, o número total de quadrados de todos os tamanhos seria a soma dos quadrados de cada tamanho possível, o que pode ser representado da seguinte forma:

$T_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + (n-1)^2 + n^2$.

$n =$ Número de casas do lado do tabuleiro.

Usando a fórmula da soma dos quadrados dos primeiros n números naturais:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

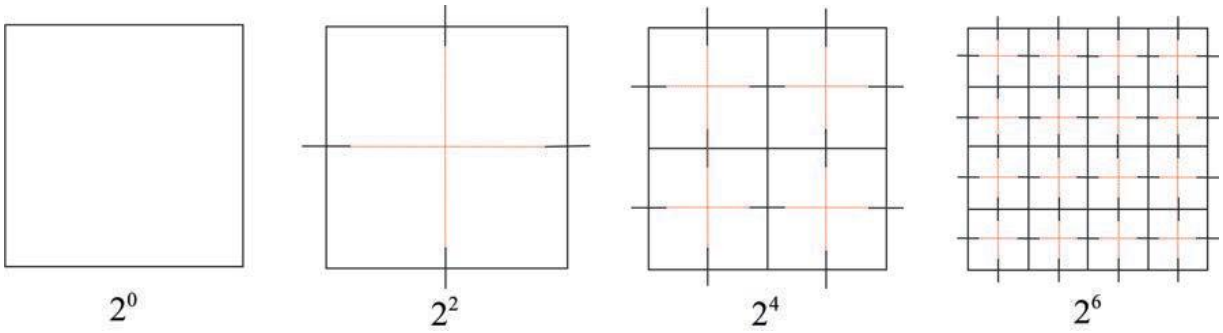
Para calcular a quantidade de um tabuleiro de Xadrez 8×8, usamos $n = 8$ na fórmula anterior:

$$T_n = \frac{8(8+1)(2 \cdot 8+1)}{6} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 17}{6} = \frac{1224}{6} = 204.$$

Ainda, o autor afirma que também é possível relacionar ao tabuleiro os produtos notáveis por meio do cálculo da área de quadrados e retângulos construídos a partir do tabuleiro, como mencionado anteriormente.

Também para o autor, é possível encontrar uma progressão geométrica ao desenharmos um tabuleiro de Xadrez partindo de um quadrado original e com os lados divididos ao meio por duas linhas perpendiculares, quadruplicamos a quantidade de quadrados. Repetindo o processo quatro vezes, obtém-se um total de 64 quadrados menores congruentes, formando um tabuleiro 8×8. A Figura 36 ilustra o processo de formação do tabuleiro.

Figura 36 - Formação do tabuleiro a partir de uma progressão geométrica



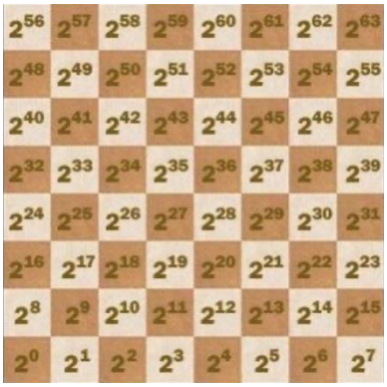
Fonte: Paiva e Avila (2016)

A progressão em questão é expressa: $a_n = a_1 r^{n-1}$, sendo $a_1 = 2^0$, $a_2 = 2^2$, $a_3 = 2^4$, $a_4 = 2^6$, … sendo a razão $r = 4$. Assim para $n = 4$, o quadrado é dividido em 64 quadrados menores, a quantidade de casas de um tabuleiro de xadrez, ou seja, $a_4 = 2^6 = 64$, formando uma figura semelhante ao tabuleiro de Xadrez.

A partir da potenciação pode-se observar a função exponencial aludida no livro de Shāh-nāmeh que contém a lenda da origem do Xadrez já contada neste trabalho. É possível observar notar que a quantidade de grãos de trigo dobra a cada avanço, tornando-se uma progressão geométrica de razão dois.

Assim, para encontrar a quantidade de grãos presente em cada casa do tabuleiro é possível utilizar o termo geral e obter a expressão: $a_n = 2^{n-1}$, sendo a_n a quantidade de grãos presentes na casa que queremos calcular e n a posição da casa do tabuleiro. Desse modo, para encontrar, por exemplo, a quantidade de grãos da casa de posição dez, substituímos os valores em questão na expressão obtida. Assim temos: $2^{10-1} = 2^9 = 512$ grãos. A Figura 37 mostra a quantidade de grãos de trigo em cada casa do tabuleiro.

Figura 37 - Quantidade de grãos por cada casa



Fonte: Altaveu (2020)

Anteriormente foi calculado a quantidade de grãos de cada casa. A lenda conta que Sissá pediu a quantidade total de grãos, então para calcular a quantidade total de grãos, será usada a fórmula da soma de termos de uma progressão geométrica finita

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q-1},$$

em que $a_1 = 1$, $q = 2$ e $n = 64$ são, respectivamente, o primeiro termo, a razão e a quantidade de termos da PG. Substituindo os valores na fórmula acima, obtemos um total de

$$S_{64} = \frac{1\cdot(2^{64}-1)}{2-1} = 2^{64} - 1 = 18446744073709551615$$

grãos de trigo.

Segundo Oliveira e Castilho (2016), considerando que um metro cúbico de trigo contém aproximadamente 15 milhões de grãos, a recompensa estimada do autor do Xadrez segundo a lenda ocuparia um espaço de 12000 Km³. Em termo de comparação para contar até

8446744073709551615, levando um segundo para contar cada número, será necessário 268 bilhões de anos para terminar de contabilizar. Isso é muito mais do que a idade do universo conhecido, que é estimada em cerca de 13,8 bilhões de anos.

4.2 PEÇAS

As peças no Xadrez desempenham um papel fundamental na dinâmica e na estratégia do jogo. Como já apresentado, cada peça tem um conjunto singular de movimentos e qualidades, o que torna o Xadrez um jogo rico em complexidade e estratégia. Devido à grande complexidade do Xadrez, pode-se perceber que existem várias relações entre as peças do jogo com a Matemática. A seguir apresentaremos algumas dessas associações existentes.

4.2.1 Valor das Peças

Os valores das peças no Xadrez são uma representação matemática da importância relativa das peças no jogo. Embora esses valores variem a depender da posição, tais valores não validam a vitória de uma partida (o intuito primordial no Xadrez é dar xeque-mate, não necessariamente capturar a maior quantidade de peças).

Os valores atribuídos às peças oferecem uma indicação sólida sobre a vantagem de um jogador ou se a posição está equilibrada. Mesmo que o objetivo final seja dar xeque-mate, capturar peças auxilia na vitória e o valor das peças ajudam a representar uma hierarquia de relevância que os jogadores utilizam para embasar suas escolhas estratégicas e táticas.

É possível associar a Matemática com os valores das peças no Xadrez por meio da:

- Comparação de Valores:

  Os valores atribuídos às peças representam uma relação matemática entre as peças (um ponto para o Peão, três pontos para o Cavalo, três pontos para o Bispo, cinco pontos para a Torre e nove pontos para a Dama). Esses valores são usados pelos jogadores para avaliar a diferença de material entre eles e seus oponentes. Por exemplo, se um jogador perde uma Torre (cinco pontos) em troca de um Bispo (três pontos) e um Peão (um ponto), ele sabe que está em desvantagem material de um ponto.

- Soma dos Valores:

  Durante o jogo, os jogadores frequentemente somam os valores das peças que possuem para determinar sua força material. Essa soma matemática ajuda a avaliar a posição global no tabuleiro e a tomar decisões sobre quando trocar peças. Por

exemplo, se um jogador possui cinco peões, uma torre e um cavalo, ele possui 13 pontos de força material.

- Avaliação de Trocas:

  Ao considerar uma troca de peças, os jogadores usam os valores das peças para calcular se a troca é favorável. Comparam-se os valores das peças e a quantidade de peças que estão sendo trocadas e se calcula a diferença de pontos para determinar se a troca é vantajosa. Por exemplo, se um jogador quer avaliar a troca de um Cavalo por dois Peões, temos:

  $Q = 2P - C = (2 \cdot 1) - 3.$
  $Q = 2 - 3 = -1.$

  $Q =$ Valor final das trocas
  $P =$ Valor material do Peão (1)
  $C =$ Valor material do Cavalo (3)

  O valor final da troca das peças é $Q = -1$. O jogador pode avaliar que a troca de peças é desvantajosa para ele e dessa forma procurar se há uma jogada que seja mais rentável.

- Equilíbrio de Material:

  Os jogadores muitas vezes buscam manter um equilíbrio de material, garantindo que ao efetuar trocas materiais o valor total de suas peças seja comparável ao valor total das peças do oponente. Isso é uma consideração matemática constante ao longo do jogo que muitas das vezes influencia no estilo de jogo adotado pelo jogador (agressivo, defensivo ou balanceado).

- Conceitos de Compensação:

  Em algumas situações, um jogador pode estar disposto a sacrificar material (ceder uma peça de maior valor por uma de menor valor) para obter vantagens posicionais, como controle do centro, uma posição de ataque, criar oportunidades de promoção, danificar a formação adversária, entre outros. A Matemática é usada para

avaliar se a compensação em termos de posição é suficiente para justificar o sacrifício material.

Uma partida famosa que ilustra o tema de sacrifício ocorreu em 2020 na plataforma online de Xadrez chess.com, entre os Grandes Mestres, o brasileiro Luis Paulo Supi e o norueguês Magnus Carlsen, o campeão mundial na época. Na partida em questão, Supi estava conduzindo as peças brancas, enquanto Magnus as peças pretas. Vamos examinar a partida a seguir.

Notação Algébrica da partida: 1. e4 d5 2. exd5 Dxd5 3. Cf3 Bg4 4. Be2 Cc6 5. Cc3 Dd7 6. h3 Bxf3 7. Bxf3 O-O-O 8. O-O Cd4 9. a4 Rb8 10. Cb5 Cxf3+ 11. Dxf3 a6 12. c4 e5 13. d4 exd4 14. Bf4 axb5 15. axb5 Bd6 16. Ta2 Df5 17. Tfa1 Rc8 18. Dc6 1-0. A abertura utilizada foi a Defesa Escandinava: Variação *Mieses-Kotrč* (1. e4 d5 2. exd5 Dxd5), conforme demonstrado na Figura 38.

Figura 38 - Defesa Escandinava: Variante *Mieses-Kotrč*



Fonte: Própria (2023)

Nos movimentos subsequentes, ambos os jogadores desenvolveram suas peças e realizaram o roque para proteger seus Reis, seguindo a estratégia básica frequentemente encontrada em manuais de Xadrez (3. Cf3 Bg4 4. Be2 Cc6 5. Cc3 Dd7 6. h3 Bxf3 7. Bxf3 O-O-O 8. O-O Cd4), conforme demonstra a Figura 39.

Figura 39 - Posição após 8. O-O Cd4



Fonte: Própria (2023)

Nos movimentos seguintes, Supi joga o Peão de “a” para “a4”, criando uma casa de apoio para o Cavalo. Logo após, Magnus faz um lance profilático, movendo o Rei (Rb8). Após algumas trocas de peças, Magnus move o peão para “a6” ameaçando o Cavalo de “b” (9. a4 Rb8 10. Cb5 Cxf3+ 11. Dxf3 a6 12. c4), conforme ilustra a Figura 40.

Figura 40 - Posição após 12. C4



Fonte: Própria (2023)

Supi, diante da ameaça, joga com “c4” oferecendo o Cavalo como sacrifício. Magnus calcula a posição e percebe que capturar o Cavalo pode trazer complicações para posição com a coluna “a” aberta após a retomada do Peão de “b5” devido ao Peão de “a4”, conforme ilustra a Figura 41.

Figura 41 - Demonstração da coluna “a” aberta



Fonte: Própria (2023)

Ao perceber o possível problema ao aceitar o sacrifício, Magnus joga “e5” com o intuito de fechar a diagonal e prevenir um futuro avanço do Bispo na casa “f4”. Nos lances seguintes, Supi mantém o sacrifício do Cavalo disponível para Magnus e ainda gambita[2] um Peão com intuito de liberar a diagonal e deixar a casa de “f4” livre para o Bispo já que estava sendo controlada pelo Peão de Magnus (12. c4 e5 13. d4 exd4).

Magnus aceita o gambito, e logo em seguida Supi joga Bf4, como Magnus temia, colocando uma forte pressão no Peão de “c7”, como demonstra a Figura 41.

Figura 42 - Pressão no Peão de c7, após 14. Bf4



Fonte: Própria (2023)

Para eliminar tal pressão, Magnus toma a decisão de aceitar o cavalo como sacrifício e Supi retoma com o Peão de “a4”, abrindo a coluna “a”. Carlsen joga Bd6, com a intenção de trocar material (tática muito utilizada quando se tem vantagem material). Supi responde com Ta1, uma jogada muito criativa e aparentemente

[2] Um gambito no xadrez é uma jogada em que um jogador sacrifica uma peça, geralmente um peão, no início do jogo para obter uma vantagem posicional ou de desenvolvimento em troca.

inofensiva, mas que traz ameaça de dobrar as Torres (estratégia em que as Torres de um jogador são posicionadas verticalmente ou horizontalmente na mesma coluna ou linha do tabuleiro) na coluna “a”.

Carlsen joga Df5, atacando o Bispo duas vezes e liberando a casa de d7 para o Rei, caso seja necessária uma fuga. Supi responde com Ta1, dobrando as Torres na coluna “a” e ameaçando xeque-mate na próxima jogada. Nesse momento as *engines* indicam que o jogo está completamente perdido para as peças pretas, devido à sequência indefensável das brancas.

Carlsen joga Rc8, tentando escapar com o Rei e Supi responde com Dc6, conforme a Figura 42, oferecendo a Dama como sacrifício, sendo o ponto alto da partida.

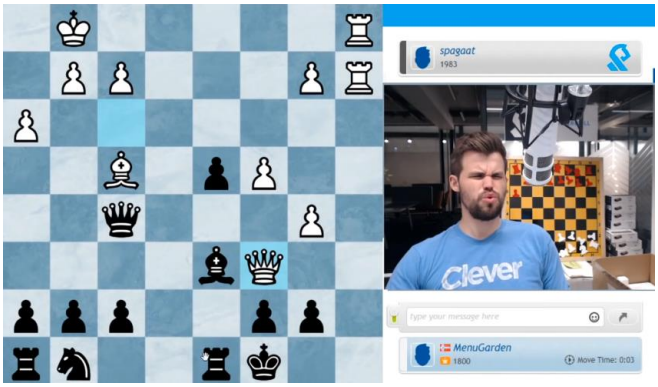
Figura 43 - Lance final "18. Dc6"



Fonte: Própria (2023)

Magnus fica bastante surpreso e abandona a partida em razão da sequência forçada de xeque-mate (após “b7xc6” única jogada que posterga o xeque-mate, Supi pode retomar o peão de “c6” com “b5xb6” e o xeque-mate com “Ta1” é imparável). A Figura 43 mostra o lance final “18. Dc6” e a reação de Magnus Carlsen ao ver a jogada genial de Supi.

Figura 44 - Lance final e reação de Magnus Carlsen



Daniel Fiori (2020)

É valido lembrar que a partida jogada, foi uma partida de *Blitz* (3 minutos de tempo para cada jogador). Isso mostra as capacidades de um jogador profissional de cálculo e análise. Isso também não implica que Supi seja superior a Carlsen, já que se tratava de uma partida casual, e não de um jogo oficial em um torneio. No entanto, isso não diminui o mérito de Supi por derrotar o então campeão mundial.

É importante notar que, embora os valores das peças forneçam uma estrutura matemática para avaliar o jogo, o Xadrez é mais complexo que uma contagem de pontos. Outros fatores, como a estrutura de peões, o desenvolvimento das peças, a segurança do Rei e a mobilidade das peças, também exercem funções fundamentais na análise das posições. Logo, os valores das peças constituem apenas um elemento do panorama geral no Xadrez, no entanto, continua a ter uma relevância significativa na tomada de decisões dos jogadores.

4.3 MODELOS ESTATÍSTICOS DE *RATING*

4.3.1 Sistema de *Rating* Elo

O sistema Elo é um sistema de atribuição de pontos baseado em princípios estatísticos e matemáticos com o objetivo de fornecer uma medida objetiva da habilidade ou força relativa dos participantes em um jogo ou esporte (Chess.com, 2023). O sistema é usado em torneios de xadrez e outros esportes mentais, como tênis, gamão, *e-sports*[3] e inclusive em sistemas de emparelhamento de jogadores em jogos online. O inventor desse sistema, Arpad Elo, era professor de Física nos Estados Unidos e mestre de Xadrez.

Segundo Pires (2014), Arpad Elo apresentou inicialmente o sistema com o intuito de avaliar a força relativa dos jogadores para a Federação de Xadrez dos Estados Unidos. O método desenvolvido por Elo foi oficialmente adotado pela Federação de Xadrez dos EUA em 1960 e mais tarde pela FIDE em 1970.

Hoje em dia o sistema é amplamente utilizado em sites de Xadrez e organizações para classificar o ranking dos jogadores. Ainda existem outros sistemas derivados do Sistema Elo, que utilizam da sua base acrescentando mais variáveis. Ainda segundo o autor, Elo sugeriu impor probabilidades de vitória, em cada partida disputada, possibilitando atualizar com rapidez o *rating*, e também, criar intervalos de classe, para estabelecer uma diferenciação de habilidades de jogadores por níveis.

Além disso, para o autor o sistema baseia-se na premissa de que um forte jogador não é sempre superior a um jogador fraco. Entretanto, com base em uma grande quantidade de partidas, esse jogador irá apresentar resultados ao redor de um valor médio. Assim, o desempenho de um jogador está diretamente vinculado ao rating ou "experiência" de seus oponentes e os resultados obtidos perante cada um deles.

Segundo Hoopere Whyld, Elo sugeriu definir um *rating* inicial, normalmente no valor entre 1500 e 2000, lembrando que o desempenho de um jogador não poderá ser considerado em absoluto se este não tiver jogado certa quantidade de partidas.

Os jogadores ganham ou perdem pontos com base no resultado de suas partidas. Se um jogador ganha contra um oponente com uma pontuação mais alta, ele ganha mais pontos do que se ganhasse contra um oponente com uma pontuação mais baixa. Da mesma forma, se

[3] Termo advindo do inglês *eletronic sports*, ou esportes eletrônicos, utilizado para definir a modalidade competitiva de jogos virtuais.

um jogador perde para um oponente com uma pontuação mais alta, ele perde menos pontos do que se perdesse para um oponente com uma pontuação mais baixa.

O sistema Elo também incorpora um fator K, que determina o quanto a pontuação de um jogador pode mudar após cada partida. O fator K é usado para ajustar a taxa de mudança de pontuação de acordo com a força do jogador. De modo geral, jogadores fracos (menos experientes) têm um fator K maior, o que significa que suas pontuações podem mudar mais rapidamente, enquanto jogadores mais experientes têm um fator K menor, o que torna suas mudanças de pontuação mais graduais.

O valor específico do fator K pode variar de acordo com as regras e regulamentos das organizações de Xadrez e o contexto do torneio ou evento. O reajuste mais comum é K = 10 para jogadores que ultrapassaram os 2400, K = 20 para jogadores abaixo de 2400, e K = 40 para jogadores abaixo de 2300 com menos de 18 anos e para jogadores novos na lista de classificação até que ele tenha completado eventos com pelo menos 30 jogos.

Os resultados das partidas são usados para calcular as mudanças nas pontuações dos jogadores. A fórmula básica para calcular a mudança na pontuação de um jogador após uma partida é a seguinte:

$$P_n = P_a + K \cdot (R - P_e).$$

- P_n = Pontuação corrente;
- P_a = Pontuação antiga;
- K = fator K;
- R = Resultado da partida (1 para vitória, 0,5 para empate e 0 para derrota);
- P_e = Esperança de pontuação (calculada com base nas pontuações dos jogadores, quanto maior a diferença entre as pontuações, menor a expectativa de vitória do jogador com a pontuação mais baixa).

Elo sugeriu em princípio que uma diferença de 200 pontos significaria que o jogador com uma vantagem de 200 pontos teria uma esperança de pontuação de aproximadamente 0,75. Esperança (E_p) de um jogador é a sua probabilidade de vencer adicionada à metade de sua probabilidade de empatar.

Seguindo o modelo sugerido por Elo, se um jogador a tem força S_a e um jogador b tem força S_b, usando a Função Logística acumulada de base 10, $f(x) = \left(\frac{1}{1+10^{-k(x-x_0)}}\right)$, temos que para calcular a pontuação esperada de um jogador "a", utilizamos a fórmula:

$$P_e = \frac{1}{1+10^{\frac{S_b - S_a}{400}}}.$$

- S_a = Pontuação do jogador "A"
- S_b = Pontuação jogador "B"

Utilizando os parâmetros que Elo sugeriu, sendo a superior a b e, $S_b - S_a = 200$, utilizando a fórmula, temos que a esperança de pontuação de a é:

$$E_{pa} = \frac{1}{1+10^{-\frac{200}{400}}} = \frac{1}{1+10^{-\frac{1}{2}}} \approx 0{,}7597.$$

Logo, a esperança de pontuação de a é aproximadamente 0,7597, valor muito próximo da sugestão de Elo. De modo similar para calcular a esperança de pontuação do jogador b utilizando a mesma fórmula como base, temos:

$$E_{pb} = \frac{1}{1+10^{\frac{200}{400}}} = \frac{1}{1+10^{\frac{1}{2}}} \approx 0{,}2402.$$

Assim, a esperança de pontuação do jogador b é aproximadamente 0,2402. Nota-se também que, $E_{pa} + E_{pb} = 1$.

Se considerarmos que um jogador novato "x" possui 1620 de pontuação e enfrenta um jogador "y" com pontuação de 1750 e perde, para calcular sua nova pontuação, temos:

$$E_{px} = P_c + K \cdot (R - P_e).$$

- $P_c = 1620$
- $K = 40$
- $R = 0$
- $E_p = \frac{1}{1+10^{\frac{1750-1620}{400}}} \cong 0{,}321$

Assim:

$E_{px} = 1620 + 40 \cdot (0 - 0{,}321) \approx 1607.$

A nova pontuação do jogador “x” será 1607 pontos. De modo similar para calcularmos a nova pontuação do jogador “y”, temos:

$E_{py} = P_c + K \cdot (R - P_e).$

- $P_c = 1750$
- $K = 40$
- $R = 1$
- $E_p = \frac{1}{1+10^{\frac{1620-1750}{400}}} \approx 0{,}678$

Assim:

$E_{py} = 1750 + 40 \cdot (1 - 0{,}678\ ) \approx 1763.$

A nova pontuação do jogador “y” será de 1763 pontos. Este método de atualização de *ratings* é a base dos sistemas utilizados pela FIDE, FICS (Free Internet Chess Server) e diversos outros grupos e entidades de Xadrez.

4.4 SISTEMA SUÍÇO

O Sistema suíço de emparceiramento é um método comumente utilizado em torneios de Xadrez para emparelhar jogadores em rodadas sucessivas. Ele é chamado de "Suíço", pois foi criado pelo suíço Julius Muller no final do século XIX e popularizado na Suíça.

Segundo Fuhrlich, Cseh e Lenzner (2021), o Sistema suíço é amplamente adotado em várias modalidades de competições. Atualmente é o sistema de disputa mais utilizado nos torneios oficiais de Xadrez e Damas e nos principais jogos eletrônicos competitivos como, Magic: The Gathering, Yu-Gi-Oh!, Pokémon VGC e TCG, Counter-Strike: Global Offensive e em muito outros jogos. Ainda para os autores, o Sistema suíço é projetado para garantir que os jogadores com resultados semelhantes se enfrentem, promovendo assim um equilíbrio nas partidas. O sistema funciona do seguinte modo:

- Número de Rodadas: O torneio é dividido em um número predeterminado de rodadas. O número de rodadas pode variar, dependendo do tamanho do torneio e do tempo disponível.
- Primeira Rodada: Na primeira rodada, os jogadores são inicialmente classificados em ordem de força (*rating*) e a partir daí o emparelhamento é feito de modo que os oponentes tenham uma pontuação similar.

  No Sistema suíço simples o emparelhamento é feito de maneira aleatória. Já no Sistema suíço holandês o emparelhamento é feito subdividindo a tabela de classificação ao meio criando duas novas tabelas, onde o primeiro colocado da primeira metade da tabela enfrenta o primeiro colocado da segunda metade da tabela, o segundo colocado da primeira metade da tabela enfrenta o segundo colocado da segunda metade da tabela e assim por diante. Se o número de jogadores for ímpar um deles recebe o chamado "*Bye Allocation*" que é um ponto recompensado sem correspondência. Este é sempre o último jogador atualmente classificado dentre aqueles que ainda não receberam uma "*Bye Allocation*".

- Pontuação Inicial: Cada jogador começa com uma pontuação inicial (geralmente 0 pontos).
- Emparceiramento das Rodadas Subsequentes: Após a primeira rodada, o Sistema suíço emparelha jogadores com pontuações semelhantes. Os jogadores que têm 1

ponto (uma vitória) jogarão entre si, os jogadores com meio ponto (um empate) jogarão entre si, e assim por diante. Isso ajuda a garantir que os jogadores enfrentem oponentes com níveis de habilidade semelhantes.

- Cálculo de Pontuação: Após cada rodada, os jogadores recebem uma pontuação com base no resultado da partida. Geralmente, é atribuído 1 ponto por vitória, 0,5 ponto por empate e 0 ponto por derrota. Essas pontuações são somadas para determinar a pontuação total de cada jogador ao longo do torneio.

  Em caso de empate na pontuação total, critérios de desempate podem ser usados para classificar os jogadores.

  Emparceiramento das Rodadas Restantes: As rodadas subsequentes seguem o mesmo padrão de emparelhamento, com jogadores com pontuações semelhantes enfrentando uns aos outros. O emparelhamento é geralmente realizado por um programa de emparceiramento de torneios de Xadrez que considera as pontuações e os critérios de desempate.

- Vencedor: O jogador com a maior pontuação após todas as rodadas é declarado o vencedor do torneio, caso dê empate, segue o critério de desempate pré-determinado.

O Sistema suíço é considerado justo e eficaz para garantir que os jogadores enfrentem adversários de habilidade semelhante ao longo do torneio, tornando as partidas mais equilibradas. Ele é frequentemente utilizado em torneios de Xadrez, mas está sendo difundida para outros esportes. O maior torneio de clubes de futebol, a Liga dos Campeões da União das Federações Europeias de Futebol, popularmente conhecida como *Champions League*, adotou recentemente o sistema. É uma abordagem eficaz para criar competições com partidas mais equilibradas e emocionantes no jogo esporte ou jogo que está sendo aplicado.

4.5 PRECISÃO DE UMA PARTIDA

Nesta seção vamos usar como referências John Nunn e Daniel King (2003) através do livro: Precision Chess: A Guide to Understanding and Improving Your Play e informações do site: chess.com.

A análise de precisão em uma partida de Xadrez é um processo no qual os jogadores ou observadores examinam a qualidade das jogadas feitas ao longo da partida para estipular o quão precisas, boas ou apropriadas foram em relação às melhores alternativas disponíveis. É muito utilizada em plataformas de Xadrez online e para acompanhar o desempenho, lance por lance, em partidas de campeonatos de Xadrez em tempo real.

Ao avaliar os lances se leva em conta a qualidade das jogadas em termos de objetivos estratégicos, táticos e posicionais do jogo. De maneira geral para identificar quais são as melhores jogadas possíveis em cada posição da partida é utilizado um "Motor de Xadrez", popularmente conhecido como "*engine*".

O Motor de Xadrez é um programa de computador planejado para calcular as avaliações das posições e sugerir as melhores jogadas disponíveis em uma posição específica. Os Motores de Xadrez utilizam banco de dados que contêm as principais variantes das linhas de abertura. Os Motores de Xadrez mais conhecidos são o AlphaZero, Stockfish, Leela Chess Zero, Komodo Chess, Houdini Chess, Deep Blue.

É importante lembrar que os melhores Motores de Xadrez são muito mais fortes que os humanos, tendo um cálculo de jogadas mais profundo, preciso e possuindo um *rating* estimado de mais de 3000 pontos – o maior *rating* de todos os tempos já atingido por um jogador humano foi de 2882 pontos, obtido pelo ex-campeão mundial Magnus Carlsen. E com o passar do tempo os Motores de Xadrez tendem a ficar melhores devido ao aperfeiçoamento em *hardware*, *software* e utilização de técnicas de *machine learning*[4].

A precisão de uma partida é restrita a uma pontuação de zero a cem por cento, onde zero por cento significa que foi jogado na partida o pior movimento em cada jogada, e cem por cento é um jogo onde foram jogadas apenas as melhores jogadas escolhidas pelo Motor de Xadrez.

Os principais fatores considerados na precisão são:

[4] Área da inteligência artificial que utiliza dados e algoritmos para imitar a maneira como os humanos aprendem.

- Quantidade de melhores movimentos (movimentos correspondentes aos melhores lances sugeridos do Motor);
- Quantidade de imprecisões (lance que piora ligeiramente a avaliação da posição);
- Quantidade de erros (lance que faz a avaliação da posição cair de modo considerável);
- Padrões de força (algoritmo programado para determinar a sequência das qualidades dos lances ao decorrer do jogo).

Os algoritmos utilizados para cálculo de precisão não são divulgados e são extremamente complexos de produzir, devido a grande quantidade de variáveis a se considerar, exigindo muito investimento, tempo e colaboração para sua construção, justificando não ser totalmente aberto ao público.

4.6 ANÁLISE COMBINATÓRIA

Segundo SILVA (2023), a Análise Combinatória, ou Combinatória, é um ramo da Matemática que tem como principal objetivo estudar estruturas e relações discretas. Esta área representa um amplo campo de estudo, não se limita meramente a questões de contagem, como geralmente se concebe.

Ainda para o autor, a Análise Combinatória engloba uma vasta gama de estudos e aplicações, tendo relevância em várias áreas do saber, como a Probabilidade e a Ciência da Computação. Dessa forma, é viável estabelecer uma conexão entre o jogo de Xadrez e os princípios da Análise Combinatória.

A Análise Combinatória e o jogo de Xadrez estão relacionados de várias maneiras. No contexto do Xadrez, a Análise Combinatória pode ser aplicada para determinar o número de possíveis movimentos em uma determinada situação ou para calcular o número total de jogos possíveis.

A seguir, serão listadas algumas formas pelas quais os princípios da Análise Combinatória se relacionam com o jogo de Xadrez:

- Contagem de movimentos possíveis: a Análise Combinatória pode ser usada para determinar o número de movimentos possíveis em uma posição específica do tabuleiro de Xadrez. Isso envolve contar as várias opções disponíveis para cada peça em diferentes situações de jogo.
- Cálculo de posições possíveis: pode ser usada para calcular o número de posições possíveis que podem surgir ao longo de um jogo de Xadrez. Isso pode incluir diferentes configurações de peças no tabuleiro e posições possíveis após certo número de movimentos. Por exemplo, no primeiro lance de cada jogador de uma partida de Xadrez, tanto as brancas quanto as pretas têm 20 opções de movimento diferentes para cada lance.
- Cálculo de combinações táticas e estratégicas: a Análise Combinatória também pode ajudar a calcular as possíveis combinações de movimentos que levam a vantagens táticas e estratégicas no Xadrez. Isso pode ser útil para os jogadores preverem as jogadas do oponente e planejarem suas próprias estratégias de jogo.

- Cálculo de sequências de movimentos: A análise combinatória pode ser usada para calcular diferentes sequências de movimentos possíveis em uma partida de Xadrez, levando em consideração as várias possibilidades e probabilidades de desfechos.
- Contagem de combinações de peças: pode ajudar a calcular o número de diferentes combinações de peças em posições específicas do tabuleiro, o que pode ser útil para determinar a força relativa de uma posição em comparação com outras e no estudo de finais (fase do jogo em que há uma quantidade reduzida de peças no tabuleiro).

A Análise Combinatória oferece uma estrutura matemática para compreender e examinar as diversas possibilidades e complexidades inerentes ao jogo de Xadrez, auxiliando os jogadores na formulação de estratégias informadas e cálculos precisos. É amplamente utilizada pelas e*ngines* para formular possibilidades e estratégias.

4.7 PROBABILIDADE

De acordo com Magalhães (2015), a Probabilidade pode ser definida como uma medida numérica que descreve a chance de um evento ocorrer. Esta definição implica a quantificação da incerteza associada a um evento, fornecendo uma base matemática para avaliar e prever resultados em diferentes contextos, desde situações do cotidiano até a análise de eventos complexos em diversos campos do conhecimento.

Segundo Pimenta (2018), as táticas de Xadrez desempenham um papel crucial no desenvolvimento estratégico dos jogadores, permitindo a identificação e a exploração de oportunidades vantajosas durante a partida. Assim, o Xadrez possui natureza estratégica e tática sendo um campo fértil para a aplicação de conceitos probabilísticos.

A interseção entre a Probabilidade e o Xadrez oferece uma perspectiva intrigante sobre como os jogadores podem tomar decisões informadas, antecipar movimentos futuros e compreender as nuances inerentes a cada posição no tabuleiro. Nesta exploração, examinaremos a influência da Probabilidade no Xadrez, destacando suas implicações no processo decisório durante diferentes estágios do jogo. A seguir exporemos alguns exemplos dessas relações:

- Probabilidade de ocorrência de movimentos: os jogadores podem avaliar as probabilidades de ocorrência de diferentes movimentos levando em conta os possíveis movimentos do oponente e aplicando a Teoria dos Jogos. Isso ajuda a tomar decisões informadas sobre os próximos movimentos a serem feitos.

- Probabilidade de ocorrência de determinadas posições: ao considerar a abertura do jogo, os jogadores podem analisar a probabilidade de certas posições aparecerem com base em aberturas populares e históricos de jogos anteriores.

  É importante ressaltar que comumente os jogadores de Xadrez analisam e memorizam partidas famosas, clássicas (popularmente conhecida como “imortais”) e os livros de aberturas, que são uma compilação de diferentes sequências de movimentos iniciais amplamente estudadas que os jogadores podem empregar no início de uma partida.

- Probabilidade de variantes e linhas de jogo: na análise de diferentes variantes e linhas de jogo, os jogadores podem usar a Probabilidade para avaliar quais opções têm mais chances de levar a uma posição favorável.

- Probabilidade de resultados: durante o jogo, os jogadores podem estimar a probabilidade de certos resultados, como vitória, empate ou derrota, com base nas posições atuais das peças no tabuleiro e na habilidade percebida dos oponentes. Durante os torneios e competições é comum a utilização de banco de dados do resultado de partidas previamente jogadas por Grandes Mestres para estimar a probabilidade de resultado de uma posição.

- Probabilidade de finalizações: na fase final do jogo, os jogadores podem usar a Probabilidade para avaliar as chances de ganhar, empatar ou perder com base na configuração das peças restantes no tabuleiro e na teoria dos finais de jogo.

Desta maneira a Probabilidade desempenha um papel significativo no Xadrez, auxiliando os jogadores na avaliação estratégica e na tomada de decisões durante as diferentes fases da partida.

4.8 SOLUÇÃO DO XADREZ

Segundo Osborne (2003), a solução de um jogo, em termos gerais, refere-se à estratégia ou conjunto de movimentos que leva a um resultado favorável ou otimizado, levando em consideração todas as possíveis jogadas e respostas do oponente. Ainda para o autor, no contexto de Teoria dos Jogos, a solução pode ser uma estratégia ou sequência de decisões que maximiza o ganho ou minimiza a perda, dependendo dos objetivos do jogo e das preferências do jogador.

Além disso, de acordo com o autor, a solução de um jogo pode variar dependendo do tipo de jogo, das regras específicas e dos objetivos dos jogadores, e pode ser determinada por meio de análises estratégicas, técnicas de Teoria dos Jogos ou algoritmos de inteligência artificial, dependendo da complexidade do jogo em questão.

Em jogos estratégicos, como o Xadrez, a solução é o mapeamento de todas possíveis jogadas que podem acontecer no Xadrez analisando se há algum caminho ou possibilidade de vencer independente das jogadas do adversário.

Como o Xadrez possui uma quantidade finita de sequenciamento de lances, no ponto de vista da Teoria dos Jogos é um jogo fechado e de informações perfeitas. Sendo assim, seria teoricamente factível para um computador criar um catálogo de todos os jogos possíveis. Esse procedimento nos possibilitaria encontrar uma solução forte para o Xadrez. BINMORE (2003) define “solução forte” como um resultado que especifica uma estratégia ótima para cada jogador, considerando todas as possíveis ações e reações possíveis dos outros jogadores.

O autor ainda cita que existe um segundo tipo de solução, a solução fraca. Uma solução fraca é um conceito que descreve uma estratégia que é aceitável em um determinado contexto, mas que não representa necessariamente a melhor estratégia possível. Uma solução fraca no Xadrez pode ser entendida como achar uma estratégia para as peças brancas (devido deter o lance inicial) que assegure uma vitória (neste caso o empate já é assegurado), independentemente das escolhas das peças pretas.

Para encontrar uma solução no jogo de Xadrez, é crucial compreender primeiro que o tabuleiro é limitado e cada peça tem um conjunto limitado de movimentos disponíveis. Logo, independentemente da disposição das peças, existe sempre um número finito de movimentos possíveis.

Por exemplo, na disposição inicial do tabuleiro, as peças brancas têm a primeira oportunidade de mover. As opções disponíveis incluem avançar qualquer um dos oito peões

ou mover os cavalos, que têm a capacidade de saltar sobre os peões. Em seguida, as peças pretas podem responder movendo suas peças de maneira semelhante.

Em apenas dois movimentos, surgem dezenas de configurações possíveis. Tanto um computador quanto um jogador humano podem analisar essas configurações em um determinado período. No entanto, é importante ressaltar que isso representa apenas o início da partida.

Segundo Mathworld: Chess (2023) existem aproximadamente 70 trilhões de maneiras de o jogo se desenvolver após os 10 lances iniciais. Segundo Peterson (1996), em média, uma partida de Xadrez tem pelo menos 80 lances (40 movimentos para as brancas e mais 40 para as pretas). A quantidade de jogos possíveis de Xadrez para 80 lances é extremamente vasta. De fato, a complexidade é tão alta que é difícil fornecer um número preciso.

Ainda para o autor, para dar uma ideia da ordem de grandeza, usando o método de Claude Shannon (em cada posição um jogador tem cerca de 30 lances possíveis, portanto $30^{80} \approx 10^{120}$), estima-se que o número de jogos possíveis para 80 lances pode ser da ordem de 10^{120}, o que é muito maior do que o número de átomos no universo observável.

O autor ainda menciona que em um jogo de Xadrez, quanto mais peças no tabuleiro, maior a quantidade de jogos possíveis. Fazendo um comparativo, para um computador capaz de realizar 1 milhão de cálculos por segundo levaria mais de 10^{90} anos para processar todos esses jogos, um período que supera significativamente a vida útil de muitos buracos negros até o final do universo.

Diante da tecnologia atual, se fosse possível construir computadores mais avançados para viabilizar esse cálculo, não haveria poder computacional suficiente para realizar essa tarefa. Dessa forma, para encontrar uma solução definitiva para o Xadrez, será necessário um avanço revolucionário na capacidade computacional de armazenagem e processamento.

Ainda para o autor, considerando que a maioria das partidas de Xadrez entre máquinas resultam em empates, é altamente provável que um jogo de Xadrez perfeito também termine em empate. Dadas às restrições de calcular apenas todos os lances bem jogados e desconsiderando movimentos que são desvantajosos, segundo (BEELER *et al*. 1972), estima-se que existam aproximadamente 10^{40} jogos possíveis de Xadrez, o que é substancialmente menor do que o necessário para alcançar uma solução forte.

Em questão de comparação, o autor menciona que utilizando um computador com capacidade para 1 milhão de cálculos por segundo, levaria cerca de 10^{26} anos para completar essa tarefa. Mesmo com o uso do computador mais potente atualmente, capaz de realizar 1

quintilhão de cálculos por segundo, seriam necessários 1 trilhão de anos, o que representa mais de 100 vezes a idade estimada do Universo.

Assim, encontrar a solução para o jogo de Xadrez é inviável, porém é possível. Atualmente, todos os finais de jogo de Xadrez que envolvem 7 peças ou menos estão completamente resolvidos e podem ser encontrados em bancos de dados de tabelas de finais de jogo. Vale ressaltar que outros jogos de tabuleiro e estratégia já foram resolvidos, como a variante inglesa do jogo de Damas, que foi resolvido no ano de 2007. Para efeitos de comparação, segundo (Schaeffer et al., 2007), estima-se que o número de jogos possíveis de Damas seja da ordem de 10^{20}, um número muito inferior ao do Xadrez, mesmo assim, foram necessários 18 anos de cálculos, num total de 10^{14} computações.

5 O ENSINO DA COMBINATÓRIA ATRAVÉS DO XADREZ

No presente capítulo, será relacionado à BNCC e o ensino da Combinatória. Além disso, será explorada definição de Sequência Didática, juntamente com alguns conceitos e observações relevantes, e será apresentada uma proposta de Sequência Didática para o ensino da Análise Combinatória no contexto da Educação Básica, fazendo uso do Xadrez como recurso de ensino.

5.1 BNCC E A COMBINATÓRIA

Segundo SAVIANI (2016), a educação moderna tem como objetivo garantir a toda a população o acesso à cultura e formar pessoas competentes, que possam contribuir para o desenvolvimento econômico e social da sociedade.

Diante da significativa inquietação política e social em relação aos destinos da educação nas instituições de ensino brasileiras, entre 2016 e 2018, houve um amplo movimento liderado pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC) e pelo Conselho Nacional de Educação (CNE). Esse movimento teve como foco a criação de uma estrutura curricular unificada para a educação básica em todo o país, visando resolver as deficiências identificadas nos currículos. Essa iniciativa buscava corrigir disparidades específicas observadas nos currículos da educação básica. De acordo com essa política, a proposta seria a implementação de um currículo comum e equitativo para todas as escolas.

No final de 2017, o documento que aborda a Educação Infantil e o Ensino Fundamental é homologado e divulgado pelo MEC. Considerando esses marcos constitucionais, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), no Inciso IV de seu Artigo 9º, declara que é responsabilidade da União

> [...] estabelecer, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, competências e diretrizes para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum (BRASIL, 1996, p.4).

Assim, a implementação da BNCC passa a ser um tema central nas discussões e reflexões em diversos setores da sociedade, especialmente nos espaços educacionais, como universidades, secretarias de educação estaduais e municipais, e escolas em todo o Brasil.

Conforme Brasil (2018), a BNCC é um documento normativo que estabelece um conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais, direcionado a todos os alunos ao longo das diferentes etapas e modalidades da Educação Básica. Seu propósito é garantir uma formação básica comum, capacitando os alunos não apenas para avançar em níveis superiores de ensino, mas também para ingressar no mercado de trabalho e participar ativamente da sociedade.

O documento é dividido em três etapas da Educação Básica: Educação Infantil (0 a 5 anos); Ensino Fundamental (6 a 14 anos); Ensino Médio (15 a 17 anos). A BNCC também estabelece competências, habilidades e conhecimentos que devem ser desenvolvidos pelos alunos ao longo de cada etapa da Educação Básica.

Essas diretrizes são organizadas em quatro áreas do conhecimento: Linguagens e suas Tecnologias: envolve o ensino de Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna, Artes, Educação Física e Tecnologias da Informação e Comunicação. Ciências da Natureza e suas Tecnologias: envolvem os conteúdos de Biologia, Química e Física. Ciências Humanas e Sociais Aplicadas: incluem conteúdos de História, Geografia, Filosofia e Sociologia. Matemática e suas Tecnologias: aborda conteúdos relacionados à Matemática e suas aplicações. Será dado enfoque na área da Matemática e suas tecnologias.

A Matemática desempenha um papel fundamental na formação do cidadão. A importância da Matemática na BNCC é destacada devido ao seu papel essencial no desenvolvimento integral do estudante. A presença da Matemática na BNCC reflete o reconhecimento de que essa disciplina não apenas fornece recursos para a compreensão e resolução de problemas cotidianos, mas também contribui para o desenvolvimento de habilidades cognitivas, lógicas e críticas.

Segundo a BNCC:

> A necessidade do conhecimento matemático se estende a todos os alunos da Educação Básica, tanto devido à sua ampla aplicação na sociedade contemporânea quanto às suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, conscientes de suas responsabilidades sociais. (BRASIL, 2018, p. 265)

A BNCC define um conjunto de habilidades (os conhecimentos essenciais para o completo desenvolvimento das competências) que os alunos devem desenvolver ao longo de sua formação na Educação Básica. Essas habilidades são agrupadas em diversas áreas do conhecimento e visam proporcionar uma educação mais abrangente e alinhada às demandas contemporâneas. Na área de Matemática e suas Tecnologias na etapa de Educação Básica do

Ensino Médio, dentre as habilidades listadas na BNCC (BRASIL, 2018), encontram-se duas que estão intrinsicamente relacionadas ao aprendizado da Combinatória.

> **(EM13MAT310)** Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
>
> **(EM13MAT311)** Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade. (BRASIL, 2018).

Segundo Costa (2021), a habilidade “EM13MAT310” destaca-se por ser uma extensão de algumas competências solicitadas no Ensino Fundamental e está associada à contagem, ao Princípio Aditivo e ao Princípio Multiplicativo. Essa competência representa uma especificação mais detalhada de algumas habilidades listadas no Ensino Fundamental, entre as quais se destacam:

> (EF04MA08) Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais
>
> (EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.
>
> (EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo. (BRASIL, 2018)

Ainda para o autor, a competência EM13MAT311 evidencia a necessidade do domínio das técnicas de contagem para definir o espaço amostral dos eventos, sendo um elemento fundamental para a execução de cálculos probabilísticos. Por essa razão, o tema de Análise Combinatória costuma preceder o estudo de Probabilidade.

O autor ainda afirma que o documento da BNCC não estabelece uma série específica para a lecionação desses conteúdos, uma vez que as habilidades relacionadas à contagem são identificadas pelo código "13", indicando que podem ser abordadas ao longo das três séries do Ensino Médio.

Segundo Farias e Almeida (2021), a Análise Combinatória na BNCC é proposta para progredir ano a ano, a partir da “compreensão e utilização de novas ferramentas e, também na

complexidade das situações-problema propostas, cuja resolução exige a execução de mais etapas ou noções de unidades temáticas" (BRASIL, 2018, p.277).

Ainda para os autores, durante o Ensino Fundamental, ao realizar uma análise dos problemas relacionados à contagem, se iniciaria com situações em que fosse possível descrever todos os casos possíveis, visando posteriormente à resolução desses problemas: "[...] por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas [...]" (BRASIL, 2018, p.548).

Os autores afirmam que uma compreensão progressiva do raciocínio combinatório está em consonância com o que também é preconizado pela BNCC, que destaca que os problemas de contagem devem avançar gradualmente, de modo que, em estágios posteriores, eles estejam restritos àqueles cujas soluções dependem da aplicação dos princípios multiplicativo e aditivo, assim como do princípio da casa dos pombos (FARIAS E ALMEIDA, 2021).

Ainda para os autores, com o enfoque no Ensino Médio, a BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias sugere a consolidação, ampliação e aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental. Assim, a BNCC organizou a elaboração curricular por unidades, agrupando os conhecimentos em três áreas: Números e Álgebra, Geometria e Medidas, e Probabilidade e Estatística. Nesta etapa, os conhecimentos de Combinatória estão integrados à área de Probabilidade e Estatística (FARIAS E ALMEIDA, 2021).

Concordamos com Farias e Almeida (2021) ao observar que a BNCC para o Ensino Médio apresenta apenas uma habilidade a ser desenvolvida pelos alunos relacionada à Análise Combinatória e oferece poucas informações sobre como essa habilidade pode ser desenvolvida. Isso estabelece uma lacuna entre as diretrizes que o professor deve seguir, representadas pela BNCC, e as metodologias utilizadas em sala de aula.

5.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Considerando que o ensino da Matemática deve se alinhar aos novos paradigmas da educação, que preconizam uma abordagem educacional com ênfase na cidadania e na dimensão social, o professor necessita realizar uma análise contínua das metodologias e estratégias didáticas a serem empregadas no ensino de Matemática.

Diante das discussões e análises feitas ao que tange o Xadrez, será feita uma proposta de Sequência Didática para o ensino da Análise Combinatória na Educação Básica utilizando como recurso didático o jogo de Xadrez.

Segundo Ambrozi (2017), ao pensar em uma Sequência Didática para ensinar determinado conteúdo, ela deve contemplar a organização didática como um percurso que auxilie para o desenvolvimento de aprendizagens pretendidas. Assim, a Sequência Didática é um planejamento pedagógico intencional, elaborado pelo professor com objetivos específicos para o ensino de um ou mais conteúdos.

Segundo Zabala (1998), uma sequência didática é definida como um conjunto de atividades organizadas de forma ordenada, seguindo uma estrutura e articulação específicas, com o propósito de atingir objetivos educacionais. Essa sequência possui um início e um final previamente conhecidos tanto pelos professores quanto pelos alunos.

Ainda segundo o autor, ao contemplar a elaboração das sequências didáticas, esta se configura como um dos caminhos mais assertivos para aprimorar a prática educativa. Dessa forma, os conteúdos abordados devem ser voltados para a formação de cidadãos conscientes, informados e agentes de transformação na sociedade em que estão inseridos.

Além disso, a Sequência Didática possui uma natureza singular, possibilitando a integração do planejamento, da aplicação e da avaliação.

> O procedimento de Sequência Didática tem a virtude de manter o caráter unitário e reunir toda a complexidade da prática, ao mesmo tempo em que permitem incluir as três fases de toda intervenção reflexiva, quais sejam: o planejamento, aplicação e avaliação (ZABALA, 1998, p. 19).

O objetivo das intervenções lideradas pelo professor é promover a aprendizagem do aluno. Para isso, é importante que as diferentes fases do processo estejam interligadas, de modo que cada passo seja uma continuação do anterior. Isso permitirá que o aluno estabeleça conexões entre os conceitos aprendidos, formando uma estrutura sólida de conhecimento.

De acordo com Zabala (1998), os conteúdos para a aprendizagem englobam tudo aquilo que pode propiciar o desenvolvimento da capacidade motora, afetiva, de relação interpessoal e de inserção social do aluno.

Ainda para o autor, o aluno é o protagonista da aprendizagem, assumindo um papel ativo e comprometido. O professor é um orientador, que deve identificar os diferentes níveis de conhecimento dos alunos. Essa abordagem didática visa garantir que todos os alunos avancem a partir de suas condições iniciais. O autor ainda reforça, a aprendizagem é um processo complexo, que depende da interação entre o aluno e o professor. Ambos devem atuar de forma conjunta para que o aluno possa compreender o conteúdo proposto.

A partir dessas abordagens, será apresentado uma proposta de Sequência Didática, seguindo os passos delineados por Zabala (1998), com o propósito de contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática por meio do uso do jogo de Xadrez. Os passos que serão adotados na proposta incluem:

I. Comunicação da atividade
II. Apresentação de uma situação-problema
III. Busca de soluções
IV. Diálogo entre professor e aluno
V. Conclusão
VI. Avaliação

5.3 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta seção, será apresentada uma proposta de Sequência Didática para o ensino da Análise Combinatória na Educação Básica, utilizando o jogo de Xadrez como recurso didático. A proposta é que os alunos desenvolvam a capacidade de perceber os conceitos matemáticos presentes no jogo de Xadrez. Para isso foi utilizada a BNCC, aplicando as competências especificas 5 e 6 e a habilidade EM13MAT310.

É importante destacar que esta será apenas uma proposta, uma ideia geral de como seria abordar a Análise Combinatória utilizando o Jogo de Xadrez. A referida Sequência Didática poderá ser utilizada como referência para professores que se interessarem pelo tema, podendo ser adaptada ou remodelada de acordo com as necessidades, interesses e características dos alunos. A seguir, apresentaremos a proposta de Sequência Didática.

Unidade temática

- Análise Combinatória.

Objeto do conhecimento

- Princípio Fundamental da Contagem e Combinações Simples.

Competências específicas

- Competência 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
- Competência 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões.

Habilidades/Objetivos específicos

1. (EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.

2. Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da análise combinatória.

Sequência didática

I. Comunicação da atividade

Em sala de aula, na primeira abordagem da atividade, o professor proporciona uma ambientação e introduz o jogo de Xadrez, explicando seu funcionamento, formato e regras a serem seguidas, visando promover maior interação dos alunos com o jogo. É interessante que o professor sempre questione os alunos sobre seus conhecimentos prévios do jogo, permitindo assim que o professor identifique aqueles que possam ter alguma dificuldade e também aqueles que possam se destacar na aula proposta.

Em seguida, o professor explicará que o jogo será um meio facilitador que poderá auxiliar na aquisição de conhecimentos sobre os conteúdos matemáticos dos Princípios Multiplicativo e Aditivo, bem como do Princípio da Casa dos Pombos. Adicionalmente, será explicado que haverá questionários avaliativos abordando tanto o jogo quanto os conteúdos matemáticos. Esse momento pode ser feito em 2 aulas de 50 minutos cada.

II. Apresentação de uma situação-problema

A aula começa com uma discussão sobre como os conceitos de Análise Combinatória podem ser aplicados no jogo de Xadrez. O professor explica que, no Xadrez, é importante saber contar o número de possibilidades de movimentos que uma peça tem.

Em seguida o professor solicita aos alunos que formem grupos de quatro pessoas (ou mais, a depender da quantidade de alunos na sala) e mais tarde, explica que, embora as partidas geralmente ocorram individualmente, para melhor uso do tempo, a dinâmica proposta será um jogo com quatro pessoas.

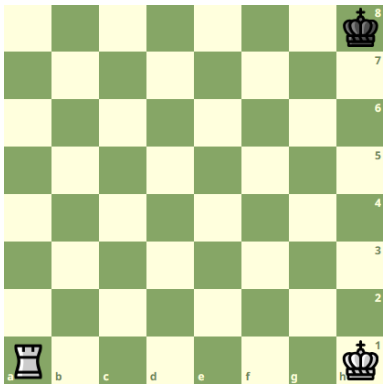
Após o professor distribuir entre cada grupo o tabuleiro e as peças, cada grupo separa uma Torre (branca) e dois Reis (um branco e um preto). Inicialmente, para familiarizar o movimento da Torre e as regras do Xadrez, o professor pode escolher ao seu modo o posicionamento das peças (Torre e Reis) e os alunos devem montar estratégias para deslocar a Torre para que ela chegue à determinada casa escolhida pelo professor. Durante a atividade, o

professor deve instigar os alunos a pensarem em formas diferentes que a Torre pode percorrer para alcançar o mesmo objetivo e a anotar as diferentes possibilidades.

III. Busca de soluções

Posteriormente, nas duas aulas seguintes, cumprindo a meta dos alunos estarem ambientados com o jogo, o professor deve posicionar a Torre (branca) e dois Reis (um branco e um preto) nas casas “a1”, “a8” e “h8” do tabuleiro respectivamente, conforme a Figura 44. O professor deve explicar que se deve movimentar somente a Torre, com a restrição de que ela só pode ser deslocada para cima ou para a direita.

Figura 45 - Posição das peças



Fonte: Própria (2023)

Os alunos devem realizar os movimentos especificados da Torre e registrar as diferentes posições alcançadas após cada movimento. O professor deve estar atento durante a atividade, registrando também os movimentos realizados. Nessa aula os alunos estarão em posse de um questionário, que se encontra a seguir, ao qual responderão durante após a atividade.

<u>Questionário</u>

1) Quantos movimentos mínimos a Torre branca necessita fazer para chegar a casa “e4”?

   _____

   _____

2) Quantos movimentos são necessários para a Torre branca fazer o percurso mais longo para chegar a casa “h7”?

   _____

3) Ao retirar o Rei preto do tabuleiro, quantas são as trajetórias distintas para a Torre branca, que partem da posição “a1” e chegam, em 14 movimentos, à posição “h8”?

Nas questões 1 e 2, o professor pode demonstrar a solução no próprio tabuleiro ou por meio de um desenho no quadro. Na questão 3, o professor pode explorar a ideia de Análise Combinatória do seguinte modo.

Considerando que há apenas uma trajetória que fica impossibilitada de ocorrer devido à presença do Rei branco na casa “h1”, a trajetória de “Th1” a “Th8” pode ser eliminada no final. Dessa forma, desconsidera-se a presença deste Rei nesta casa. A Torre precisa subir 7 casas e se deslocar 7 casas para a direita. Cada movimento de subida será representado pela letra “S” e cada deslocamento para a direita pela letra D. Assim, uma trajetória é equivalente a uma palavra com 14 letras, sendo 7 “S” e 7 “D”. Por exemplo, “SSSSSDDDDDDDSS” ou “SDSDDSSDDSSDDS”. Logo, este problema é equivalente a calcular o número de anagramas da palavra "SSSSSSSDDDDDDD". Usando a fórmula de permutação com repetição $\left(P = \frac{n!}{(n_1!\cdot n_2 \cdot \cdots \cdot n_k!)}\right)$, temos:

$$P = \frac{14!}{7!7!} = \frac{14\cdot 13\cdot 12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 3432.$$

Subtraindo a trajetória que não pode ocorrer por causa do Rei branco, obtemos o total de 3431 trajetórias distintas. O professor também pode abordar problemas utilizando outras peças do Xadrez e as informações registradas pelos alunos na atividade anterior, promovendo uma compreensão mais profunda da relação da Combinatória e da Matemática existente no jogo.

IV. Diálogo entre professor e alunos

Nesse momento, o professor após ter feito as duas atividades, irá socializar com os docentes detalhes da atividade, quais as estratégias utilizadas e as observações feitas pelos alunos, o que eles acharam de usar Xadrez para aprender Análise Combinatória, quais foram as respostas mais relevantes. E logo em seguida, questionará quais outros conteúdos da

Combinatória eles observaram durante a dinâmica e que podem ser relacionados com o jogo de Xadrez.

V. Conclusão

O professor, nesse momento, poderá apresentar outras aplicações de Combinatória no Xadrez (problema do passeio do Cavalo, problema dos Bispos e outros), mostrando diferentes áreas da Combinatória e por fim formalizar o conteúdo para a assimilação dos conteúdos.

VI. Avaliação

A avaliação pode ser realizada com base na participação dos alunos nas atividades e na apresentação dos resultados. Também pode ser aplicada uma avaliação de mesma duração das atividades (2 aulas de 50 minutos cada), onde o professor pode verificar a habilidade dos alunos de aplicar os princípios aprendidos. A seguir algumas questões:

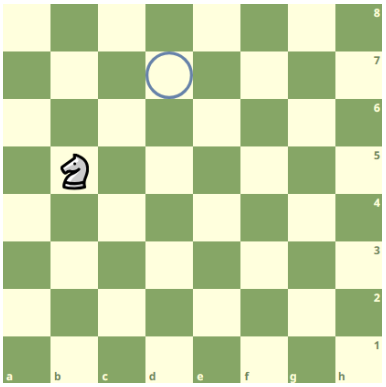
Avaliação

1) Se um Peão pode avançar duas casas no início do jogo, quantas combinações diferentes de lance são possíveis fazer em um lance inicial de uma partida?

2) Quantos lances podem ser efetuados nos dois lances iniciais de uma partida de Xadrez (brancas jogam um lance e pretas jogam um lance)?

3) Quantos lances são minimamente necessários para um Cavalo na casa de “b5” ir para a casa de “d7”, conforme a Figura 46 a seguir?

Figura 46 - Cavalo em "b5"



Fonte: Própria (2023)

4) De quantas maneiras diferentes é possível posicionar duas Torres de cores distintas em um tabuleiro de Xadrez vazio?

5) Se houver 4 Peões brancos e 4 Peões pretos disponíveis em um tabuleiro vazio, de quantas maneiras podemos posicionar esses peões em uma mesma fileira do tabuleiro?

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O propósito deste estudo foi investigar como o jogo de xadrez pode ser empregado como ferramenta para abordar conceitos matemáticos, enquadrando-o na perspectiva da Teoria dos Jogos e examinando suas normas, regras, jogabilidade e aspectos matemáticos. Consequentemente, constatamos que o xadrez integra de maneira significativa conceitos matemáticos, destacando-se como uma valiosa ferramenta pedagógica. Assim, apresentamos uma proposta de Sequência Didática para o ensino de Análise Combinatória para o ensino básico por meio do Xadrez.

Na exploração da Teoria dos Jogos, apresentamos sua definição, suas classificações e discutimos como a Teoria dos Jogos pode ser aplicada no contexto do Xadrez, categorizando-o com base em suas características.

Além disso, realizamos uma análise histórica das origens do Xadrez e como esse jogo se disseminou globalmente, incluindo seus principais precursores e sua chegada e desenvolvimento no Brasil. Por fim, abordamos os seus componentes principais e suas características do Xadrez tradicional, bem como suas regras e fundamentos.

No jogo de Xadrez, fica evidente a presença da Matemática, desde suas regras e normas até as estratégias e jogabilidade. A presença marcante da Matemática no Xadrez se revela de forma abrangente ao considerar os elementos essenciais desse jogo milenar. Desde suas regras fundamentais até as estratégias complexas empregadas, há uma interconexão intrínseca com diversos conceitos matemáticos.

Ao analisar cuidadosamente os movimentos das peças, as possibilidades de combinações e os padrões táticos que permeiam o Xadrez, observamos uma riqueza de aplicações matemáticas. Desde aplicações práticas que envolvem o universo do Xadrez até áreas específicas em particular, percebemos a relevância desse jogo como um veículo de aprendizado e aplicação de conceitos matemáticos.

O Xadrez não apenas proporciona um ambiente desafiador para a mente estratégica, mas também serve como uma rica fonte de exemplos concretos em diversos ramos da Matemática. Destacam-se entre as áreas da Matemática a Análise Combinatória, que estuda as diferentes combinações possíveis de movimentos e disposições das peças, e a Probabilidade, que pode ser explorada ao avaliar as chances de ocorrência de determinadas situações durante uma partida. A Geometria também desempenha um papel crucial, uma vez que o posicionamento estratégico das peças no tabuleiro segue princípios geométricos, com movimentos precisos e relações espaciais que podem ser exploradas matematicamente.

Assim, o Xadrez transcende sua natureza lúdica e revela-se como um campo fértil para a aplicação e compreensão de conceitos matemáticos, proporcionando uma abordagem prática e envolvente para o aprendizado da Matemática.

A inclusão do Xadrez como uma atividade pedagógica na BNCC representa uma abordagem inovadora e enriquecedora para o desenvolvimento integral dos alunos. A utilização do Xadrez como recurso pedagógico pode contribuir para a compreensão de conceitos matemáticos. Com base na BNCC, utilizando o Xadrez o professor emerge como um facilitador crucial no cenário educacional. Seu papel transcende a mera transmissão de conteúdos, pois ele é encarregado de cultivar um ambiente propício para o desenvolvimento integral dos alunos.

O professor, ao utilizar o Xadrez, torna-se um mediador ativo na jornada educacional, motivando os alunos a explorar, compreender e aplicar conceitos de forma significativa. Ele é o catalisador que estimula a curiosidade, promove a investigação, e instiga o pensamento crítico. Mais do que um instrutor, o professor é um guia na construção do conhecimento, adaptando sua abordagem às necessidades individuais dos alunos.

Além disso, a BNCC enfatiza a importância de uma educação que vá além da simples aquisição de informações, priorizando o desenvolvimento de competências e habilidades essenciais para a formação integral dos alunos. Nesse contexto, o Xadrez atua como um agente inspirador, incentivando a autonomia, a criatividade e a capacidade de resolver problemas.

Assim, reconhecemos que ao explorar as potencialidades do Xadrez como ferramenta pedagógica no ensino de Matemática, os educadores têm a oportunidade de tornar o aprendizado mais dinâmico e envolvente, proporcionando aos alunos uma experiência prática e lúdica na aplicação dos conceitos matemáticos. Essa abordagem não apenas contribui para superar a temida aversão à disciplina, mas também promove o desenvolvimento holístico dos estudantes, preparando-os para enfrentar desafios matemáticos e cognitivos de maneira mais confiante e eficaz.

Diante desse contexto, recomendamos que os professores, ao elaborarem suas aulas com métodos e recursos diferenciados, estejam atentos às potencialidades que esses recursos podem oferecer aos estudantes. Essa atenção cuidadosa visa não apenas enriquecer o processo de ensino e aprendizagem da disciplina em questão, mas também promover benefícios nas relações sociais e interpessoais dos alunos.

Ao explorar métodos inovadores, como a incorporação do jogo de Xadrez no ensino de Matemática, os educadores têm a oportunidade de criar experiências educacionais mais dinâmicas e envolventes. Essas abordagens não convencionais não só estimulam o interesse dos alunos pela matéria, mas também desenvolvem habilidades importantes, como o raciocínio lógico, a resolução de problemas e a tomada de decisões.

Adicionalmente, a instituição educacional desempenha o papel fundamental de preparar indivíduos para a sociedade e o mercado de trabalho. Nesse sentido, é essencial cultivar o pensamento crítico por meio dos conhecimentos adquiridos durante o percurso escolar, e o jogo de Xadrez pode integrar-se a esse processo transformador.

Por fim, abre-se uma margem para aprofundamento e futuras discussões sobre o tema. dada sua grande relevância no contexto social atual. Além disso, as possibilidades que o Jogo de Xadrez proporciona são extremamente vastas, oferecendo um amplo leque de oportunidades para explorar diversos outros conteúdos matemáticos que também desempenham um papel significativo na compreensão e solução de desafios sociais.

REFERÊNCIAS

AMBROZI, L. **Jogos em uma sequência didática para o ensino de análise combinatória**. 2017.

BEELER, M. et al. **HAKMEM**. Cambridge, MA: MIT Artificial Intelligence Laboratory, Memo AIM-239, p. 35, Feb. 1972.

BINMORE, Ken. **Game Theory**: A Very Short Introduction. Oxford: Oxford University Press, 2007.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília: Diário Oficial da União, 1996.

CLARKE, D. **The King's Chessboard: The Inherent Absurdity of Compound Interest**. Disponível em: <https://declarke.medium.com/the-kings-chessboard-the-inherent-absurdity-of-compound-interest-2ddf1ee191ba>. Acesso em: 13 maio. 2023.

COSTA, J. O. **Guia de ensino para análise combinatória a partir dos livros didáticos, ENEM e BNCC**. 105 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande 2021.

DANIEL F. GM SUPI vence MAGNUS CARLSEN. YouTube, 27 de maio de 2020. Disponível em: < https://www.youtube.com/watch?v=2uJrV1OSLG8>. Acesso em: 10 de novembro de 2023.

D'AGOSTINI, O. G. **Xadrez Básico**. 5ª Ed. Rio de Janeiro: Ediouro, 2002.

DE HOLANDA, C. J.; BEZERRA, T. V. **O jogo de xadrez como objeto facilitador no processo de ensino aprendizagem do conteúdo coordenadas cartesianas**. Research, Society and Development, v. 9, n. 9, p. 8-10, 2020.

ERIK, E. **Notação de Xadrez - A Linguagem do Xadrez!**. Disponível em: <https://www.chess.com/pt-BR/article/view/notacao-de-xadrez-a-linguagem-do-xadrez>. Acesso em: 13 maio. 2023.

FARIAS, A. J.; ALMEIDA, F. E. L. **Olhando a Análise Combinatória sob o ponto de vista da teoria da Transposição Didática**. 2021.

FIANI, R. **Teoria dos Jogos**: com aplicação em Administração, Ciências Sociais e Economia. Rio de Janeiro: Editora Elsevier, 2ª ed. 2006.

GIL, A. C. **Como classificar as pesquisas?** In: GIL, Antônio. 4. ed. São Paulo: Atlas S.a., 2002.

GIUSTI, P. **Historia Ilustrada Do Xadrez**. [s.l.] Annablume, 2002.

História do xadrez no Brasil. Disponível em: <http://dicasxadrez1.blogspot.com/2012/06/historia-do-xadrez-no-brasil_5.html>. Acesso em: 13 maio. 2023.

HOOPER, D.; WHYLD, K. (1992). **The Oxford Companion to Chess** (2ª ed.). Inglaterra: Oxford University Press.

GRAMINHO, J. M. J. **Contribuição da Teoria dos Jogos à Gestão de Desempenho**. Dissertação (Mestrado em Administração), PUC/SP, São Paulo, 2013.

LEITÃO, R. **A História dos Campeonatos Brasileiros de Xadrez**. Disponível em: <https://rafaelleitao.com/campeonatos-brasileiros-xadrez>. Acesso em: 13 maio. 2023.

LEITÃO, R. **Os Grandes Jogadores de Xadrez: Mequinho**. Disponível em: <https://rafaelleitao.com/grandes-jogadores-mequinho>. Acesso em: 13 maio. 2023.

MAGALHÃES, I. **Probabilidade**: um enfoque intuitivo e computacional. 2ª ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2015.

FUHRLICH, P.; CSEH, A.; LENZNER, P. **Improving Ranking Quality and Fairness in Swiss-System Chess Tournaments**.

MIMBANG, J. B. **Teoria dos jogos:** A arte do pensamento estratégico. 50Minutos. 2023.

Notação descritiva (continuação). Disponível em: <http://www.soxadrez.com.br/conteudos/notacao/p6.php>. Acesso em: 17 maio. 2023.

NUNN, J.; KING, D. **Precision Chess**: A Guide to Understanding and Improving Your Play. Batsford, 2003.

OLIVEIRA, C. A. S.; CASTILHO, J. E. **O xadrez como ferramenta pedagógica complementar na educação matemática**. **ferramenta pedagógica complementar na educação matemática**. Disponível em: <https://repositorio.ucb.br:9443/jspui/handle/10869/1771 >. Acesso em: 22 ago. 2023.

OSBORNE, M. J. **An Introduction to Game Theory**. Oxford: Oxford University Press, 2003.

PAIVA, R.; AVILA, J. A. J. **Aplicações da Matemática Elementar no Xadrez**. 2016. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional– PROFMAT). Universidade Federal de São João del-Rei. São João del-Rei/MG.

PEREIRA, J. S.; VILAS BÔAS, J. **Aprender brincando: os jogos de videogames enquanto proposta para o ensino de matemática**. In: Encontro Baiano de Educação Matemática, 17., 2019, Ilhéus. **Anais eletrônicos**... Ilhéus, Bahia: ISBN, 2019.

PEREIRA, S. B. **Introdução à Teoria dos Jogos e a Matemática no Ensino Médio**. 2014. Dissertação mestrado em matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

PETERSON, I. "**The Soul of a Chess Machine: Lessons Learned from a Contest Pitting Man Against Computer.**" Sci. News, v. 149, p. 200-201, Mar. 30, 1996.

PIMENTA, L. R. **Tática de Xadrez**: Conceitos e Temas. Rio de Janeiro: Casa da Palavra, 2018.

PINHATA, P. **Xadrez através dos séculos: A origem e primeiros jogadores de destaque**. Disponível em: <https://www.chess.com/pt-BR/article/view/xadrez-origem-primeiros-jogadores-destaque>. Acesso em: 13 maio. 2023.

PIRES, D. M. **Comparação Entre Modelos Estatísticos De Rating Em Torneios De Xadrez**. Universidade Federal de Lavras. (TESE) Programa de Pós Graduação em Estatísticas e Experimentação Agropecuária Larvas, Minas Gerais, 2014.

Regras do Xadrez - O que é a Notação Algébrica no Xadrez?. Disponível em: <https://comojogarxadrez.com.br/o-que-e-a-notacao-algebrica-no-xadrez.html>. Acesso em: 13 maio. 2023.

SÁ, A. V. M.; ROCHA, R. R.. **Iniciação ao xadrez escolar**. 2 ed. Goiânia: Potência, 1997.

SALGADO, P. M. **Conciliação como forma de solução de conflito no Direito:** Teoria dos Jogos aplicada à conciliação trabalhista. Dissertação (Mestrado em Direito), PUC/SP, São Paulo, 2009.

SANTOS, C. S. **Introdução à Teoria dos Jogos:** para o Ensino Médio. 2016. Dissertação (mestrado em matemática), Universidade Federal de Sergipe, Sergipe, Aracaju, 2016.

SANTOS, J. A. **O jogo de xadrez como recurso para ensinar e aprender matemática: relato de experiência em turmas do 6º ano do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Universidade de São Paulo, São Paulo/SP, 2016.

SANTOS, J. A. **O jogo de xadrez como recurso para ensinar e aprender matemática:** relato de experiência em turmas do 6º ano do ensino fundamental. 2016. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

SARTINI, A. S. et al. **Uma introdução a Teoria os Jogos**. In: II BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2004, Salvador. **Anais eletrônicos**... Salvador: SBM, 2004. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~rvicente/IntroTeoriaDosJogos.pdf>. Acesso em: 13 maio. 2023.

SAVIANI, D. Educação escolar, currículo e sociedade: o problema da Base Nacional Comum Curricular. **Movimento-revista de educação**, n. 4, 2016.

SCHAEFFER, J. et al. Checkers Is Solved. **Science**, v. 317, n. 5844, p. 1518–1522, 19 jul. 2007.

SILVA, M. **A Modelagem Matemática associada ao ensino da Análise Combinatória na Educação Básica**. 84 f. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal da Bahia, Valença, Bahia, 2023.

SIMONSEN, M. H. **Teoria dos jogos:** conceitos básicos. 1990.

Sistema de rating Elo - Termos de Xadrez. Disponível em: <https://www.chess.com/pt-BR/terms/sistema-rating-elo-xadrez#how-does-elo-work>. Acesso em: 27 set. 2023.

Vida em Miniatura: RX26: Henrique Costa Mecking. Disponível em: <https://vidaemminiatura.blogspot.com/2010/12/rx26-henrique-costa-mecking.html>. Acesso em: 18 dez. 2023.

WEB MEIDIUNS. Figura 1 - Sequência grãos de trigo <https://webmediums.com/education/discover-the-current-boom-in-online-chess-lgwag49f7kn>. Acesso 10 de março de 2023.

WEISSTEIN, E. W. **Chess**. Disponível em: <https://mathworld.wolfram.com/Chess.html>. Acesso em: 10 de novembro de 2023.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Tradução Ernani F. Rosa-Porto Alegre: Artmed,1998.